

Université de Caen

LMNO

Le boson de Higgs et la masse des particules

C. LONGUEMARE

30 octobre 2012

Plan

1. La dualité onde-corpuscule
2. La mécanique classique et quantique
3. La théorie lagrangienne et le principe de moindre action
4. Le photon massif et l'équation de Proca
5. Le fermion massif et l'équation de Dirac
6. Le boson neutre massif et l'équation de Klein-Gordon
7. La symétrie et sa brisure, un exemple, le flambage d'une poutre
8. La théorie électro-faible et les masses des bosons W , Z et γ
9. Les masses de fermions et le couplage au higgs
10. La recherche du higgs au Cern*

Nous utilisons le système d'unités $\hbar = c = 1$, sauf exception, pour rendre quelques formules plus explicites.

*<http://www.math.unicaen.fr/lmno/semana/documents/longuemare/atlas2011.pdf>

La masse des particules

- définition relativiste

$$p^\mu p_\mu = p^2 = m^2 \quad E_0 = \sqrt{m^2 + \vec{p}^2}$$

- définition "dynamique"

$$d\vec{v} = \frac{\vec{f}}{m} dt$$

- définition "énergétique"

$$E_0 = m \quad (\pm m)$$

- définition "ondulatoire"

$$\hbar\omega_0 = E_0$$

- définition "gravitationnelle"

$$E_0 = m \sim \text{la géométrie de l'espace-temps}$$

La dualité onde-corpuscule

Classique	→	Quantique	→	Relativiste
$\vec{r}(t)$		$\Phi(\vec{r}, t) \in \mathcal{H}$		$\Phi(x^\mu) \in \mathcal{H}$
$\vec{p}(t)$		$\vec{p} = -i \hbar \vec{\nabla}$		$p_\mu = i \partial_\mu$
E		$E = i \hbar \partial_t$		
$\vec{L}(t) = \vec{r} \wedge \vec{p}$		$\vec{L} = -i \hbar \vec{r} \wedge \vec{\nabla}$		
E et $\vec{L}$ continus		E et $\vec{L}$ discrets		
groupe de symétries		représentations dans $\mathcal{H}$		

- L'analyse de Fourier d'une onde

$$\Phi(x, t) = \int f(k) \exp(-i\omega(k)t + ikx) dk \quad \in C$$

avec $\omega(k)$ la relation de dispersion (équation de propagation)

l'argument $\phi = -\omega t + kx$ est la phase en (x, t)

$f(k) \in C$ est l'amplitude pour la valeur k

l'onde est plane, monochromatique si $f(k) \propto \delta(k - k_0)$

- Le paquet d'onde centré en ω_0, k_0

$$\Phi(x, t) = \exp(-i\omega_0 t + ik_0 x) \int f(k) \exp(-i\delta\omega t + i\delta k x) dk$$

- La vitesse de phase et de groupe

$$u_0 = \frac{\omega_0}{k_0} \quad v_0 = \left. \frac{\partial \omega}{\partial k} \right|_0$$

- Milieux non-dispersifs : propagation sans déformation !

$$\omega = \pm c k \quad u_0 = v_0 = c$$

La théorie lagrangienne et le principe de moindre action

Pour une particule dont l'hamiltonien est $\mathcal{H}(x, p)$

- Interprétation de la vitesse de groupe !

$$E = \hbar \omega \quad p = \hbar k \quad \text{donc} \quad v = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p} = \frac{\partial \omega}{\partial k}$$

- Interprétation de la phase d'une onde de particule

la phase de l'onde quantique $\phi = \mathcal{A}$ l'action en unités $\hbar$

$$\mathcal{H}(x, p) = p \dot{x} - \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{A} = \int \mathcal{L} dt = - \int \mathcal{H} dt + \int p dx$$

- L'opérateur de "scattering" (d'évolution) pour les ondes

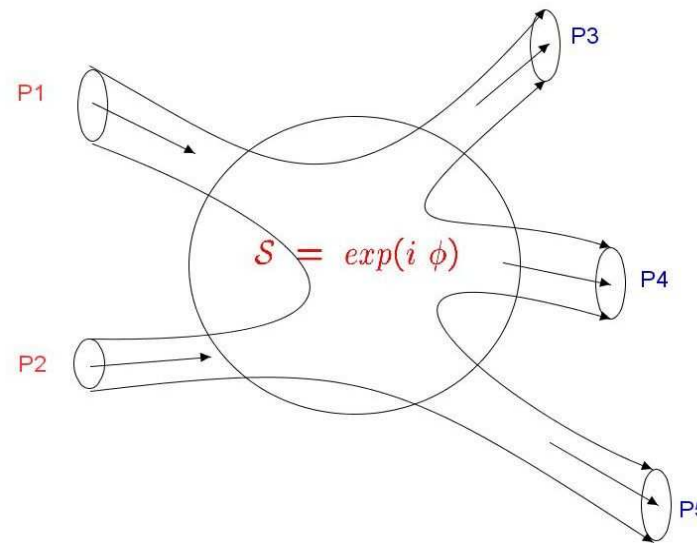
$$\mathcal{S} = \exp(i \phi) \text{ avec } \phi = \int \mathcal{L}(x, t) dt dx$$

avec $\mathcal{L}(x, t)$ la densité lagrangienne dans R^4

- L'équation de Schrödinger (pour un système au "repos" $p = 0 \dots$)

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} = \mathcal{H}$$

figure 1



- **Conservation de l'énergie impulsion à l'infini : $1 + 2 \rightarrow 3 + 4 + 5$**

$$P_1 + P_2 = P_3 + P_4 + P_5$$

- Par exemple la masse de la particule 3 libre est donnée par

$$m_3^2 = P_3^2 = (P_1 + P_2 - P_4 - P_5)^2$$

- L'interaction (microscopique) des ondes se traduit par l'amplitude $A \in C$

$$\mathcal{L}_{int}(x, t) \rightarrow A \quad \text{l'amplitude quantique} \rightarrow \text{proba} = |A|^2$$

L'équation de D'Alembert et la masse des ondes

1. planes : $\Phi(x, t) \propto a \exp i(-\omega t + k x)$

$$\left[\sum_{i=1,3} \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} - \frac{\partial^2}{c^2 \partial t^2} \right] \Phi(x, t) = 0 \Rightarrow \frac{\omega}{c} = \pm k \quad \forall \omega$$

2. guidées : $\Phi(x, t) \propto a(x, y) \exp i(-\omega t + k z) + \text{limites transverses en } x, y$

$$\left[\sum_{i=1,2} \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} - k_{\perp}^2 \right] a(x, y) = 0 \Rightarrow \frac{\omega}{c} = \pm \sqrt{k^2 + k_n^2}$$

3. stationnaires : $\Phi(x, t) \propto a(x, y, z) \exp i(-\omega t) + \text{limites en } x, y, z$

$$\left[\sum_{i=1,3} \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} - \frac{\omega^2}{c^2} \right] a(x, \dots) = 0 \Rightarrow \frac{\omega}{c} = \pm k_n$$

Le guide d'onde électromagnétique en mode TE (comme exemple)

- Le guide est un cylindre creux, vide, à section rectangulaire parfaitement conductrice, limité à

$$0 < x < a \text{ et } 0 < y < b \text{ enfin } -\infty < z < +\infty$$

Une onde se propage dans le guide : $(\vec{E}(x, y, z, t), \vec{H}(x, y, z, t))$

- Les conditions aux limites sur les **conducteurs parfaits** sont

Pour $x = 0$ ou $x = a$ soit $H_x = 0$ et $E_y = E_z = 0$

Pour $y = 0$ ou $y = b$ soit $H_y = 0$ et $E_x = E_z = 0$

- Equations de Maxwell sur $\vec{E}(x, y, z, t)$

$$\text{div}(\vec{E}) = 0 \quad (\partial_i^2 - \partial_0^2) \vec{E} = 0$$

- On distingue les ondes TE, TM et TEM * dans le cas TE

$$\vec{E} \propto E_0 \begin{pmatrix} +k_2 \cos(k_1 x) \sin(k_2 y) \\ -k_1 \cos(k_2 y) \sin(k_1 x) \\ 0 \end{pmatrix} \exp(-i\omega t + ikz)$$

* $\text{rot}(\vec{E}) = -\partial_t \vec{B} = \text{rot}(-\partial_t \vec{A}) \Rightarrow i\omega \vec{B} = \text{rot}(\vec{E})$, de même, $-i\omega \vec{D} = \text{rot}(\vec{H})$

- Avec l'équation de dispersion $\omega(k)$

$$\omega(k) = c \sqrt{k_{\perp}^2 + k^2}$$

- Pour satisfaire aux conditions aux limites (transverses) il faut

$$k_1 = n \frac{\pi}{a} \quad k_2 = m \frac{\pi}{b} \quad k_{\perp}^2 = k_1^2 + k_2^2 = m_{\gamma}^2$$

- La vitesse des ondes (de phase respectivement de groupe) est

$$u_0 = \frac{\omega}{k} = c \frac{\sqrt{m_{\gamma}^2 + k^2}}{k} \quad v_0 = \frac{d\omega}{dk} = c \frac{k}{\sqrt{m_{\gamma}^2 + k^2}} = c^2 \frac{k}{\omega(k)} \leq c$$

Conclusion avec $c = 1$

- Le guide ne propage pas les ondes de fréquence trop faible, inférieures à m_{γ} .

$$m_{\gamma} \leq \omega$$

- m_{γ} est la masse classique du photon dans le guide.
- La vitesse de groupe est $v_0 = \frac{p}{E}$ avec $p = \hbar k$ et $E = \hbar \omega$ (vitesse relativiste, cas non-relativiste $\sim \frac{p}{m}$)

Conclusions physiques

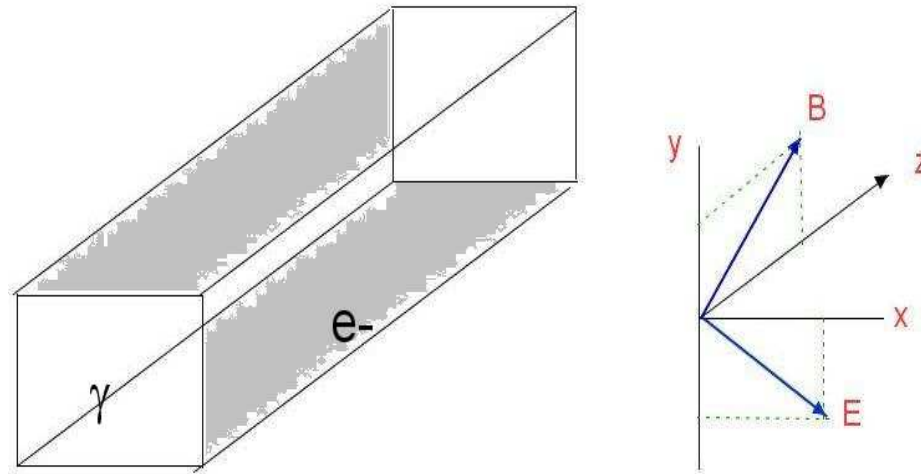


figure 2

- le photon acquière une masse dans le guide si les parois conductrices sont parfaites et le vide absolu.
- La qualité des parois est assurée par des électrons supraconducteurs qui réfléchissent les photons et ceux-ci se propagent dans la direction z à une vitesse de groupe inférieure à c !
- pour les états « liés » stationnaires avec $k = 0$, le spectre d'énergie est discret $\omega = k_{\perp}$
- Les « électrons virtuels » qui assurent la conduction donnent une masse aux photons

$$m = \frac{\hbar}{c} k_{\perp} \text{ ou } k_{\perp}^{-1} = \frac{\hbar}{mc}$$

La masse est d'autant plus grande que le guide est plus étroit,
 $k_{\perp}^{-1}$ est la longueur compton d'une particule de masse m .

Le boson vectoriel et l'équation de Proca

- Le boson B_μ (ou A_μ) interagit avec une source $\mathcal{J}_\mu(x)$, le lagrangien s'écrit (équations de Maxwell) :

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} (F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}) + \frac{m^2}{2} B_\mu B^\mu - \mathcal{J}_\mu(x) B^\mu \quad (1)$$

avec $F_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$ m est la masse

- L'équation dynamique d'Euler-Lagrange pour le boson B est **l'équation de A. Proca** introduite dans les années 50 pour rendre compte de l'interaction forte sur le modèle de l'électromagnétisme :

$$\partial^2 B_\nu - \partial^\mu \partial_\nu B_\mu + m^2 B_\nu = \mathcal{J}_\nu \quad (2)$$

$$m^2 \partial_\nu B_\nu = \partial_\nu \mathcal{J}_\nu = 0$$

- Si le courant $\mathcal{J}_\nu$ est conservé et $m \neq 0$ le champ B vérifie la condition de Lorentz ($4 \rightarrow 3$ degrés de liberté!)
- Si la masse est nulle, le courant $\mathcal{J}_\nu$ est conservé (invariance de jauge!)
- Par transformation de Fourier, le propagateur du boson **libre** s'écrit :

$$\left((p^2 - m^2) g^{\nu\mu} - p^\mu p^\nu \right)^{-1} = \frac{1}{(p^2 - m^2)} \left(g_{\nu\mu} - \frac{p_\mu p_\nu}{m^2} \right) \text{ avec } i\partial_\mu = p_\mu$$

Le fermion massif et l'équation de Dirac

- Dans le cas d'un fermion massif $\psi(x)$ en présence d'un champ vectoriel A_μ

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (i\partial^\mu \gamma_\mu - m)\psi(x) - \bar{\psi} \mathcal{V}(x) \psi(x)$$

le potentiel le plus élémentaire $\mathcal{V}(x)$ est la matrice (4,4) $= q \gamma^\mu A_\mu(x)$

- L'équation dynamique d'Euler-Lagrange pour le fermion ψ est **l'équation de Dirac**

$$(i\partial^\mu \gamma_\mu - m)\psi(x) = \mathcal{V}(x)\psi(x) = q [\gamma^\mu A_\mu(x)] \psi(x) \quad (3)$$

- Par transformation de Fourier, le propagateur du fermion **libre** s'écrira :

$$(p\gamma - m)^{-1} = \frac{p\gamma + m}{(p^2 - m^2)} \text{ avec } i\partial_\mu = p_\mu$$

Le boson scalaire, neutre, massif et l'équation de Klein-Gordon

- Dans le cas simple d'un boson scalaire neutre $\phi(x)$ **qui est sa propre antiparticule** ($\phi^+ = \phi$) et qui interagit avec $\mathcal{S}(x)$, une source de ces bosons

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (-i\partial_\mu \phi \ i\partial^\mu \phi(x)) - \frac{m^2}{2} \phi \phi(x) + \mathcal{S}(x)\phi(x)$$

- L'équation dynamique d'Euler-Lagrange pour le boson B est **l'équation de Klein-Gordon**

$$\partial^2 \phi(x) + m^2 \phi(x) = \mathcal{S}(x) \quad (4)$$

- Par transformation de Fourier, le propagateur du boson **libre** s'écrira :

$$(p^2 - m^2)^{-1} = \frac{1}{(p^2 - m^2)} \text{ avec } i\partial_\mu = p_\mu$$

TABLE 6.2
Feynman Rules for $-i\mathcal{M}$

		Multiplicative Factor
External Lines		
Spin 0 boson (or antiboson)		1
Spin $\frac{1}{2}$ fermion (in, out)		$u, \bar{u}$
antifermion (in, out)		$\bar{v}, v$
Spin 1 photon (in, out)		$\epsilon_\mu, \epsilon_\mu^*$
Internal Lines—Propagators (need $+i\epsilon$ prescription)		
Spin 0 boson		$\frac{i}{p^2 - m^2}$
Spin $\frac{1}{2}$ fermion		$\frac{i(\not{p} + m)}{p^2 - m^2}$
Massive spin 1 boson		$\frac{-i(g_{\mu\nu} - p_\mu p_\nu / M^2)}{p^2 - M^2}$
Massless spin 1 photon (Feynman gauge)		$\frac{-ig_{\mu\nu}}{p^2}$
Vertex Factors		
Photon—spin 0 (charge $-e$)		$ie(p + p')^\mu$
Photon—spin $\frac{1}{2}$ (charge $-e$)		$ie\gamma^\mu$

Loops: $\int d^4k/(2\pi)^4$ over loop momentum; include -1 if fermion loop and take the trace of associated γ -matrices

Identical Fermions: -1 between diagrams which differ only in $e^- \leftrightarrow e^-$ or initial $e^- \leftrightarrow$ final e^+

Physique des particules

particules	T (s)	mc^2	unités
proton	$> 3, 10^{38}$	938, 3	(MeV)
électron	$> 3, 10^{31}$	0, 511	
neutron	886,	939, 6	
muon ($\mu^\pm$)	$2, 2 \cdot 10^{-6}$	105, 6	
pion ($\pi^\pm$)	$2, 6 \cdot 10^{-8}$	139, 6	
bosons			(GeV)
($W^\pm$)	$3, 11 \cdot 10^{-25}$	80, 45	
(Z^0)	$2, 64 \cdot 10^{-25}$	91, 19	
photon (γ)	∞	0, 0	
higgs (H^0)	$\sim 2, 10^{-22}$	125, 0	(GeV)
constantes			
α_e	Structure fine EM	1/137, 036	
α_w	Weak interactions	1/29, 46	
α_s	Strong interactions	1/8, 5	

Les hautes énergies pendant 50 ans

date	laboratoire	Energie	faisceaux	objectif
1960	Stanford SLAC	10 GeV	e^-	q
1960	Orsay LAL	1,5 GeV	e^- et e^+e^-	$u d$
1960	Brookhaven AGS	30 GeV	p	ν
1960	CERN PS	20 GeV	p	$s \nu$
1970	Chicago Fermi Lab	300 GeV	p	ν
1970	Stanford SPEAR	3 GeV	e^+e^-	$c \psi$
1980	Cornell CESR	5 GeV	e^+e^-	$B \Upsilon$
1980	Hambourg DESY	30 GeV	e^+e^-	g
1980	CERN SPS	300 GeV	p et $\bar{p} p$	$W Z$
1980	Chicago Fermi Lab	1 TeV	p et $\bar{p} p$	$W Z t$
1990	CERN LEP	100 GeV	e^+e^-	Z
2010	CERN LHC	5 TeV	$p p$	H^0

figure 4

Constituants de la matière				Bosons de jauge			
	1 ^{ère} famille	2 ^{ème} famille	3 ^{ème} famille	Interaction forte	Interaction électro-magnétique	Interaction faible	
Quarks	Up (u) (0.03 GeV)	Charm (c) (1.3 GeV)	Top (t) (174 GeV)	Gluons (g)	Photon (γ)	Bosons W^+ (80.4 GeV) W^- (80.4 GeV) Z^0 (91.2 GeV)	Boson de Higgs (H^0)
	Down (d) (0.06 GeV)	Strange (s) (0.14 GeV)	Bottom (b) (4.3 GeV)				
Leptons	Electron (e^-) (0.0005 GeV)	Muon (μ^-) (0.106 GeV)	Tau (τ^-) (1.7 GeV)				
	Neutrino (ν_e) électronique (≈ 0 GeV)	Neutrino (ν_μ) muonique (≈ 0 GeV)	Neutrino (ν_τ) tauique (≈ 0 GeV)				

- **L'interaction forte : QCD**
- Bosons de de jauge : g_i avec $i = 1, \dots, 8$
- symétrie SU(3)
- **L'interaction électro-faible, *interaction universelle de Fermi***
- Bosons de de jauge : γ , Z et W
- symétrie initiale SU(2)_L * U(1) brisée par le higgs

Le flambage d'une poutre (théorie d'Euler)

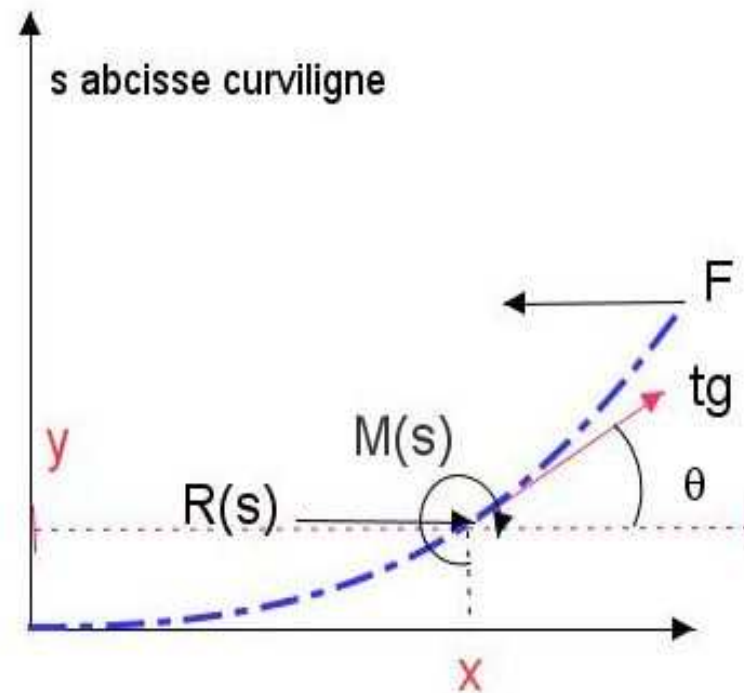


figure 5

- équilibre : force résultante et moment des forces égaux à 0 :

$$R(s) = F \quad [1] \quad M(s) + F(h - y(s)) = 0 \quad [2]$$

- étude de la déformation à la section d'abscisse x :

$$-\frac{dM}{ds} = EI \frac{d^2\theta}{ds^2} \quad [3] \quad \text{avec} \quad I = \int_{\text{section}} (x_{\perp}^2) d\sigma$$

- en dérivant l'équation 2 puis en comparant

$$\frac{dM}{ds} = F \sin(\theta) \quad \Rightarrow \quad = -EI \frac{d^2\theta}{ds^2}$$

- intégration :

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\theta}{ds} \right)^2 = \frac{F}{EI} (\cos\theta - \cos\theta_l) \quad \theta < \theta_l$$

- Conclusion : l'équilibre avec $\theta(s) \neq 0$ n'est possible que si

$$\sqrt{\frac{F}{EI}} l > \left(\frac{\pi}{2} \right) \text{ soit } F > F_E = \frac{\pi^2 EI}{4l^2}$$

La symétrie de rotation autour de Ox est brisée quand F passe par cette valeur car la solution $\theta \equiv 0$ devient instable. Il existe une infinité d'équilibres possibles engendrés par action de la symétrie (la rotation Ox).

- A partir d'un état unique, on passe à une infinité d'états possibles mais un seul est observé, celui-ci est quasi-stable, la dynamique du système n'est pas déterministe et l'application de la symétrie permet de passer d'un équilibre à un autre ; il est cependant nécessaire que l'action extérieure (la force et son point d'application) subisse la même transformation .

L'invariance de jauge de l'électromagnétisme :

- Le champ du photon est un boson vectoriel de masse nulle noté A_μ qui interagit avec un courant $\mathcal{J}_\mu(x)$, le lagrangien s'écrit :

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} (F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}) - \mathcal{J}_\mu(x) A^\mu$$

avec $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$

$\mathcal{L}$ est invariant dans la transformation de jauge

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \partial_\mu \alpha(x)$$

- L'équation dynamique d'Euler-Lagrange pour le photon A_μ est
l'équation de Maxwell

$$\partial^2 A_\nu - \partial_\nu \partial^\mu A_\mu = \mathcal{J}_\nu$$

- **La masse du photon est nulle** donc

le courant $\mathcal{J}_\nu$ est conservé $\partial^\nu \mathcal{J}_\nu = 0$

l'invariance de jauge conserve la condition de Lorentz $\partial^\mu A_\mu = 0$

conséquence : le photon libre n'a que deux degrés de liberté

L'invariance de jauge commutative de QED

- La théorie QED est fondée sur le lagrangien $\mathcal{L}(x)$

$$\mathcal{L}(x) = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} \cdot F^{\mu\nu}(x) + \bar{\psi} \{ \gamma_\mu (i\partial^\mu - qA^\mu) - m \} \psi(x) \quad (5)$$

- Interaction minimale ! $i\partial_\mu \rightarrow p_\mu = i\partial_\mu - qA_\mu$
- la transformation de jauge : $U(1)$

$$\forall \alpha(x) \forall x \quad \begin{pmatrix} \psi \\ A_\mu \\ F_{\mu\nu} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \exp(-i q\alpha) \psi \\ A_\mu + \partial_\mu \alpha \\ F_{\mu\nu} \end{pmatrix}$$

- Remarque

$F_{\mu\nu}$ est égal à $\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ mais aussi à $iq^{-1} [p_\mu, p_\nu]$

Généralisation de l'invariance de jauge (le cas non-commutatif)

- Généralisation $U(\alpha)$: représentation d'un groupe de Lie (éventuellement unitaire)

$$U(\alpha) = \exp(-ig\tau(\alpha)) = 1 - ig\tau(\alpha) + O(\alpha^2)$$

avec $g \in R$ une constante (de couplage), positive, arbitraire (nulle?).

- **Les théories de Yang Mills** pour B^μ (un vecteur) et ψ (un spineur 1/2)

$$\mathcal{L}(\mathbf{x}) = -\frac{1}{4} \text{Trace}\{\tau(G_{\mu\nu})^+ \cdot \tau(G^{\mu\nu})\}(\mathbf{x}) + \bar{\psi}\{\gamma_\mu(\mathbf{i}\partial^\mu - \mathbf{g}\tau(\mathbf{B}^\mu)) - \mathbf{m}\}\psi(\mathbf{x}) \quad (6)$$

- Interaction minimale!* $\mathbf{i}\partial^\mu \rightarrow \mathbf{p}^\mu = \mathbf{i}\partial^\mu - \mathbf{g}\tau(\mathbf{B}^\mu)$

$$\tau(G_{\mu\nu}) = \tau(B_{\mu\nu}) + \mathbf{ig} [\tau(B_\mu), \tau(B_\nu)]$$

- Transformation de jauge † : $U(\alpha)$ au premier ordre en α

$$\forall \alpha(x) \quad \begin{pmatrix} \psi \\ \tau(B_\mu) \\ \tau(G_{\mu\nu}) \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} (1 - ig \tau(\alpha)) \psi \\ \tau(B_\mu + \partial_\mu \alpha) - ig[\tau(\alpha), \tau(B_\mu)] \\ \tau(G_{\mu\nu}) - ig[\tau(\alpha), \tau(G_{\mu\nu})] \end{pmatrix} + O(\alpha^2)$$

* $B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$ mais aussi $\tau(G_{\mu\nu}) = \frac{i}{g} [p_\mu, p_\nu]$

† remarque $(1 - ig\tau(\alpha))A(1 + ig\tau(\alpha)) = A - ig[\tau(\alpha), A] + O(\alpha^2)$

Retour sur le modèle standard (SM)

- A la base, il y a

l'invariance de Lorentz

le groupe de symétrie $SU(2) \otimes U(1)$ (Electro-faible) puis $SU(3)$ (forte)

l'invariance de jauge (tous les B^μ sont de masses nulles)

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{boson}}(W) + \mathcal{L}_{\text{Dirac}}(\psi, W) + \mathcal{L}_{\text{boson}}(\phi, W) + \mathcal{L}_{\text{Yukawa}}(\phi, \psi)$$

- Les interactions sont générées par la transformation :

$$i\partial^\mu \rightarrow i\partial^\mu - g T_a B_a^\mu$$

T_a sont les générateurs du groupe de symétrie.

- la symétrie électro-faible $SU(2) \otimes U(1)$ est brisée dans le secteur des bosons ϕ (... de Higgs) les W acquièrent une masse !

$$\phi^0 = H^0 + Cte$$

$$\mathcal{L}_{\text{boson}}(\phi, W) \rightarrow [\mathcal{L}(\dots) + \mathcal{L}_{\text{masses}}(W)]$$

- enfin des interactions de "Yukawa" invariantes permettent d'attribuer des masses aux fermions ψ par le même mécanisme

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}(\phi, \psi) = -g_f (\bar{\psi} \psi) \phi \rightarrow \mathcal{L}(\dots) + \mathcal{L}_{\text{masses}}(\psi)$$

- Weinberg choisit le groupe $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ qui agit sur

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \\ e_R \end{pmatrix} \quad \bar{\psi} = (\bar{\psi}_1, \bar{\psi}_2, \bar{\psi}_3)$$

$SU(2)_L$ agit sur le composante (1,2)

$U(1)_Y$ agit sur (1,2,3) avec des *hypercharges* notées Y .*

particule	T_3	Y	$Q = T_3 + Y$
ν_L	$1/2$	$-1/2$	0
e_L	$-1/2$	$-1/2$	-1
e_R	0	-1	-1

- Cette symétrie permet d'introduire quatre champs vectoriels

Deux bosons $W^\pm$ responsables des interactions faibles

Le photon γ responsable des interactions électromagnétiques

Le boson Z^0 responsable des interactions faibles neutres (GGM 1974)

*la définition utilisée ici pour l'hypercharge vaut $\frac{1}{2}$ la définition conventionnelle (voir la littérature)

L'interaction électro-faible invariante

- L'interaction entre les fermions et les bosons est entièrement définie par la prescription d'invariance de jauge, les symétries et les couplages (g et g'). La confrontation avec l'expérience va demander environ 20 ans (il aura fallu au préalable étendre ce modèle aux quarks (hadrons)).

$$\mathcal{L}_{int} = -g \bar{\psi} (T_a \gamma_\mu W_a^\mu) \psi - g' \bar{\psi} (Y \gamma_\mu B^\mu) \psi \quad a=1,2,3$$

avec $T_a = \frac{\sigma_a}{2}$ et Y la matrice scalaire d'hypercharge.

- L'équation de Lagrange-Euler pour les fermions ψ :

$$(i\partial^\mu \gamma_\mu - m)\psi(x) = \mathcal{V}(x) \psi(x) \quad (7)$$

avec $\mathcal{V}(x) = g (T_a \gamma_\mu W_a^\mu) + g' (Y \gamma_\mu B^\mu)$

- Explicitons : $T(W) = T_a W_a \quad a=1,2,3$

$$(g T(W)) = \frac{g}{2} \begin{pmatrix} W_3 & (W_1 - iW_2) & 0 \\ (W_1 + iW_2) & -W_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(g' Y B) = \frac{g'}{2} \begin{pmatrix} -B & 0 & 0 \\ 0 & -B & 0 \\ 0 & 0 & -2B \end{pmatrix}$$

- Interprétation physique, la rotation de Weinberg : $\cos(\theta_W) = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}$

$$\begin{pmatrix} W^+ \\ W^- \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & +i \\ 1 & -i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_1 \\ W_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} A \\ Z \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \begin{pmatrix} g & g' \\ -g' & g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B \\ W_3 \end{pmatrix}$$

- Une transformation du groupe de Lie s'écrit

$$U(\alpha) = \exp(-ig\tau(\alpha)) = 1 - ig\tau(\alpha) + O(\alpha^2)$$

$$\text{avec } g\tau = \begin{pmatrix} gT_1 & gT_2 & gT_3 & g'Y \end{pmatrix}$$

- La géométrie et la dynamique sont liées par le potentiel qui s'écrit :

$$\mathcal{V}(x) = g T(\gamma_\mu W^\mu) + g' (Y \gamma_\mu B^\mu)$$

Le secteur des bosons de Higgs et la brisure de symétrie

- Les bosons scalaires ϕ de Higgs-Weinberg s'ajoutent aux fermions dans le SM

particule		T_3	Y	$Q = T_3 + Y$
ϕ	ϕ^+	$1/2$	$+1/2$	1
	ϕ^0	$-1/2$	$+1/2$	0

- Le lagrangien quantique relativiste pour ces bosons scalaires chargés sur lesquels s'applique l'invariance de jauge $SU2 \otimes U1$ s'écrit :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}[(i\partial_\mu - \tau(W_\mu))\phi]^+[(i\partial_\mu - \tau(W_\mu))\phi] - \frac{m_\phi^2}{2}\phi^+\phi + \dots \quad (8)$$

avec

$$\tau(W_\mu) = gT_a W_{a\mu} + g'Y B_\mu = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} gW_3 + g'B & g(W_1 - iW_2) \\ g(W_1 + iW_2) & -gW_3 + g'B \end{pmatrix}_\mu$$

- Brisure de la symétrie

$$\phi^0 \rightarrow H^0 + \frac{v}{\sqrt{2}}$$

- Les termes de masses du lagrangien

$$\mathcal{L} = \dots + \frac{1}{2} \frac{v^2}{8} \times [| (g(W_1 - iW_2)) |^2 + | (gW_3 - g'B) |^2] + \\ 0 \times | (g'W_3 + gB) |^2 + \dots$$

particule		masse
$W^\pm$	$\frac{W_1 \pm iW_2}{\sqrt{2}}$	$(v/2) g$
Z^0	$\frac{gW_3 - g'B}{\tilde{g}}$	$(v/2) \tilde{g}$
A	$\frac{g'W_3 + gB}{\tilde{g}}$	0

avec $\tilde{g} = \sqrt{g^2 + g'^2}$ et

$$\cos(\theta_W) = \frac{g}{\tilde{g}} = \frac{M_W}{M_Z}$$

Les masses de fermions

- Interaction de "Yukawa" invariante de jauge *

$$\mathcal{L} = -g_f(\bar{\psi} \psi)\phi + \dots$$

- effet de la brisure de symétrie

$$\phi^0 \rightarrow H^0 + \frac{v}{\sqrt{2}} \Rightarrow \mathcal{L} = -g_f(\bar{\psi} \psi)H^0 - m_f(\bar{\psi} \psi) + \dots$$

$$m_f = g_f \frac{v}{\sqrt{2}} \quad \text{soit} \quad g_f = \frac{m_f}{174,0}$$

avec m_f en GeV

particule	g_f	nbr evts 2011
ν/e	$\leq 10^{-6}$	0
u/d	$\sim 10^{-3}$	0
c/s	$\sim 10^{-2}$	~ 1
$t/b, Z, W$	0.1 – 1.	$\sim 10^4$

†

*on peut former un iso-scalaire (scalaire par rapport à U) avec les fermions gauches (1/2) et les bosons de Higgs (1/2) ainsi qu' un scalaire de Lorentz avec les fermions gauches et droits.

†à la luminosité $\mathcal{L}$ de $\sim 5 \text{ fb}^{-1}$, c'est à dire qu'une section efficace de 2 pb donne 10 000 événements.

Conclusion

La recherche du higgs au LHC est orientée par ses propriétés

résultats* du CERN en 2011 avec $\mathcal{L} \sim 5 \text{ fb}^{-1}$

- 1 le higgs est neutre ($\sim$ propriétés du vide)
- 2 la masse des particules est proportionnelle à la constante de couplage g_f
- 3 il est couplé aux paires de bosons ou de fermions : Z W t/b et peut-être c/s
- 4 si sa masse n'est que de 125 GeV, sa durée de vie est relativement grande 10^{-22} s et l'on peut se poser la question de mesurer sa largeur ou de tester sa distance de vol à très haute énergie.

*[http ://www.math.unicaen.fr/lmno/semana/documents/longuemare/atlas2011.pdf](http://www.math.unicaen.fr/lmno/semana/documents/longuemare/atlas2011.pdf)

paramètre	modèle standard de W&S	valeurs admises
G_F	$g^2/4\sqrt{2}M_W^2$	$1,166 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$
$\tilde{g}$	$\sqrt{g^2 + g'^2}$	.7345
$e = \sqrt{(4\pi\alpha)}$	$\sin(\theta_W)\cos(\theta_W)\tilde{g}$	0,303
θ_W		27,8
v	$(\sqrt{2} G_F)^{-1/2}$	$246,3 \text{ GeV}$
$\cos(\theta_W)$		0,8846
g'	$\tilde{g} \sin(\theta_W)$	0,3426
g	$\tilde{g} \cos(\theta_W)$	0,6497
$M_{W^\pm}$	$(v/2) g$	$80,00 \text{ GeV}$
M_{Z^0}	$(v/2) \tilde{g}$	$91,56 \text{ GeV}$
M_A	0	0

références

- C. Itzykson & Zuber *Quantum field theory* Macgraw Hill 1980.
- F. Halzen & al. *Quarks and leptons* John Wiley 1984.***
- L.H. Ryder *Quantum Field Theory* Cambridge U.P. 1985 .***
- B. de Wit & al. *Field theory in particle physics* North holland 1986.
- S.J. Chang *Introduction to Quantum Field Theory* World Scientific 1990.
- I. Aitchison & al. *Gauge theories in particle physics* Institute of Physics 2004.***
- M. Veltman *Diagrammatica* Cambridge U.P. 1994.