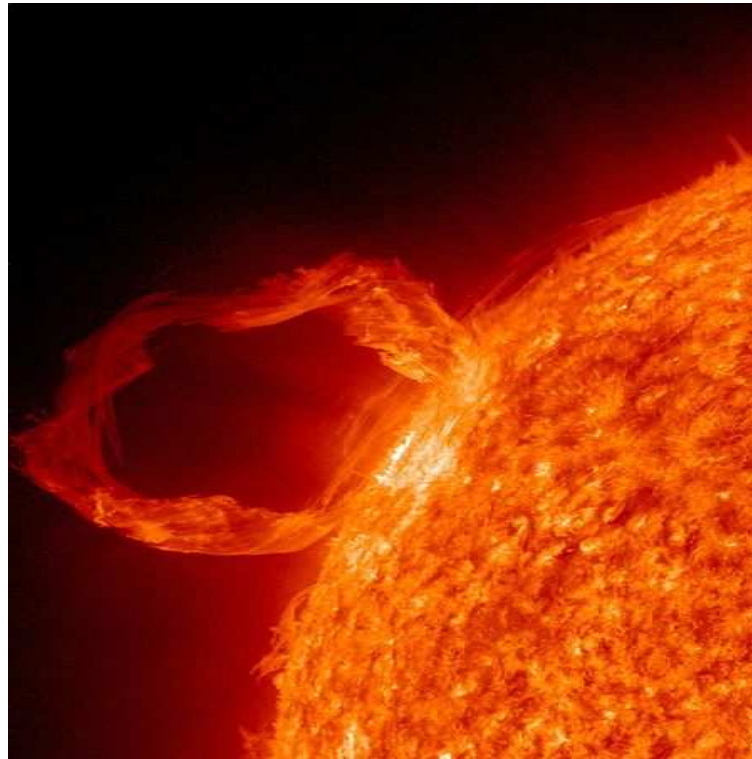


Nucléosynthèse stellaire

C. LONGUEMARE

25 octobre 2011



Plan

1. Propriétés physiques, exemple : le soleil ☉
2. L'énergie gravitationnelle
3. La liaison nucléaire
4. Les réactions nucléaires actives
5. Le facteur de Gamov
6. Un modèle simple pour comprendre
7. Le cycle CNO et au delà

Propriétés physiques du ☉

☉		
1	abondance initiale de ^4He	27% en masse
2	Age approximatif	$4,55 \cdot 10^9$ années
3	ellipsoïde ~ sphère	$\sim 10^{-6}$
4	température à la surface	5780 K
5	Masse du soleil	$1,99 \cdot 10^{30}$ kg
6	Rayon du soleil	$696, \cdot 10^3$ km
7	Rayon du coeur solaire	$69,67 \cdot 10^3$ km
8	température centrale	$15,6 \cdot 10^6$ K
9	densité centrale	$1,5 \cdot 10^5 \text{ kg.m}^{-3}$
10	densité moyenne	$1,4 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$
11	pression centrale	$340 \cdot 10^9$ Atm
12	Constante solaire (puissance)	$C_{\odot} = 4 \cdot 10^{26} \text{ W}$
13	Emittance	$6,5 \cdot 10^7 \text{ W m}^{-2}$

– synthèse de ^4He



L'énergie gravitationnelle

- Energie classique

$$U = -\frac{1}{2} G \sum_{i,j} \frac{m_i m_j}{r_{ij}} = -\frac{1}{2} G \int \frac{\rho \rho'}{|\tilde{\mathbf{r}} - \tilde{\mathbf{r}}'|} d\tau d\tau'$$

$$G = 6,673 \cdot 10^{-11} \text{ J m kg}^{-2}$$

- Evaluation pour une sphère homogène de masse M

$$U = -\frac{3}{10} G \frac{M^2}{R} \propto R^{-1} \propto \rho^{1/3}$$

- Evaluation pour une étoile d'indice n polytrophe et de masse M

$$U' = -\frac{3}{2(5-n)} G \frac{M^2}{R}$$

- Numériquement :

$$U = 1.14 \cdot 10^{42} \text{ J} \Rightarrow \frac{U}{C_{\odot}} = 90 \cdot 10^6 \text{ a}$$

Les réactions nucléaires actives

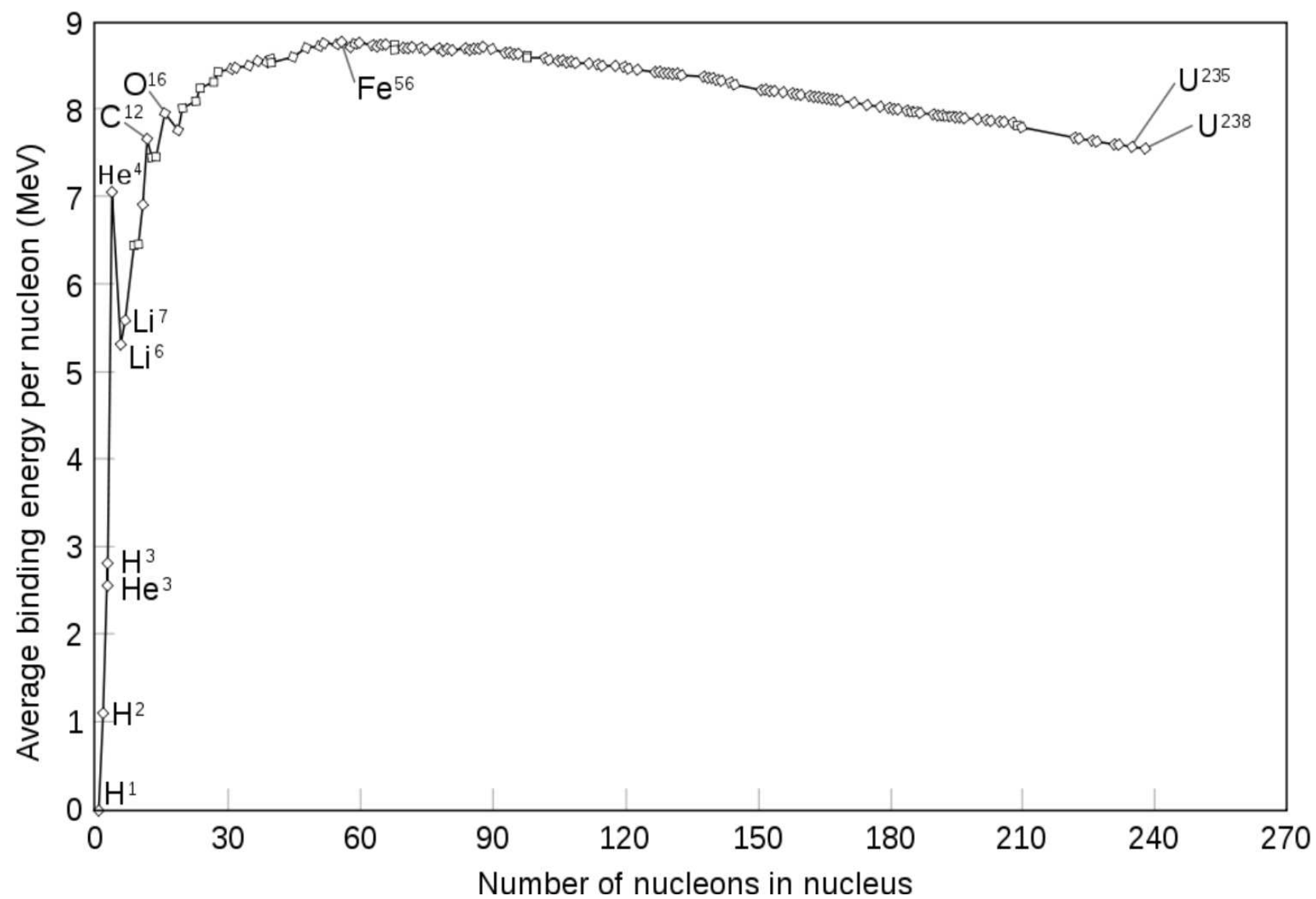
- Soit E_l , l'énergie de liaison du noyau A_ZX
(avec $A = N + Z$ et $c = 1$)

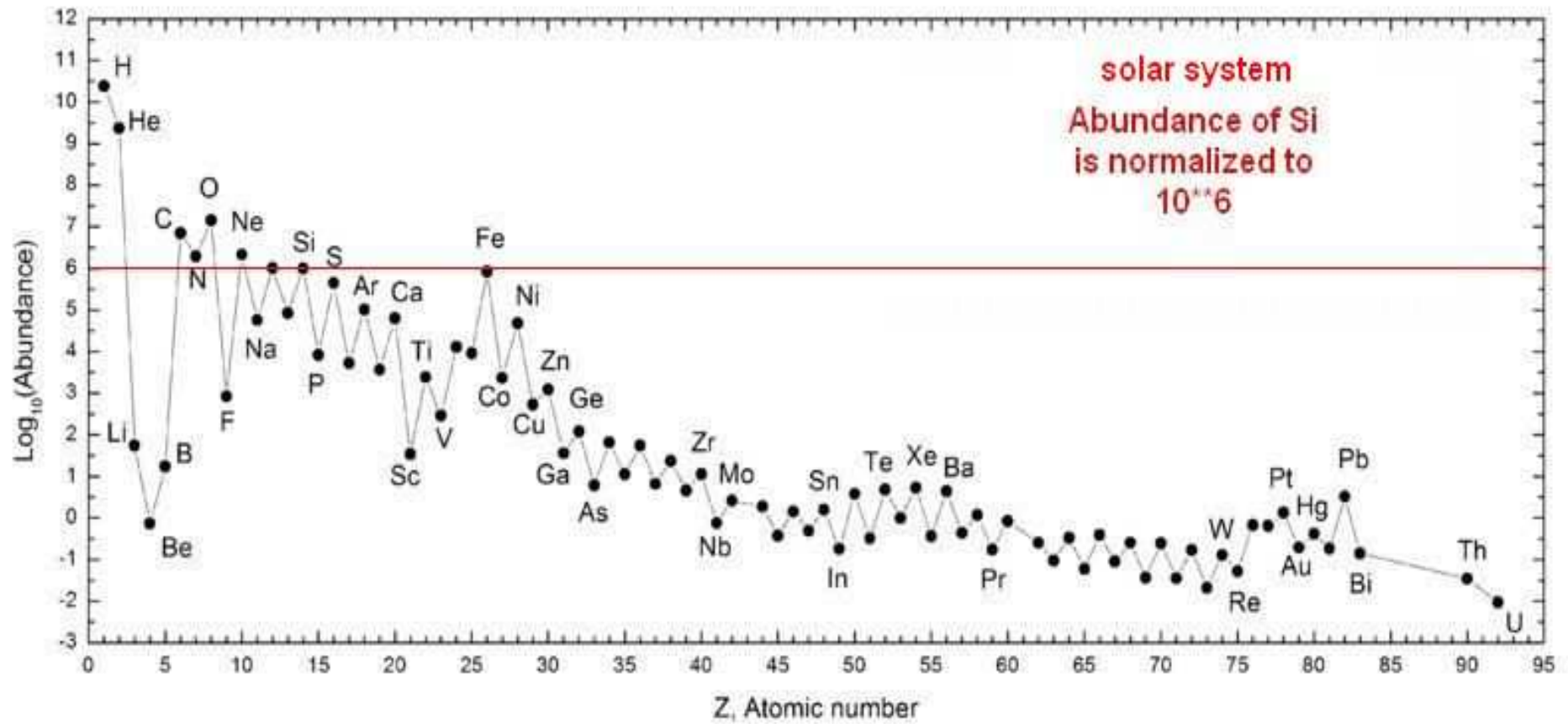


$$E_l(X) = M(X) - M_p \times Z - M_n \times N$$

- La nucléosynthèse primordiale :

	Isotopes	Rapport	Z	E_l (MeV)
1	H	1.	1	0
2	${}^4\text{He}$	.25	2	28,29
3	D	$3. 10^{-5}$	1	2,22
4	${}^3\text{He}$	$8. 10^{-6}$	2	8.48
5	${}^7\text{Li}$	$5. 10^{-10}$	3	39.24





		8C T1/2=230 keV 50 T1/2s=2.862E-21	9C T1/2=126.5 ms 9 T1/2s=1.265E-01	10C T1/2=19.255 s 53 T1/2s=1.925E+01	11C T1/2=20.39 m 2 T1/2s=1.223E+03 Mμ=-0.964 1	12C T1/2=stable T1/2s=1.000E+20	13C T1/2=stable T1/2s>1.000E+20 Mμ=+0.7024118 14	14C T1/2=5730 y 40 T1/2s=1.808E+11
		7B T1/2=1.4 MeV 2 T1/2s=4.701E-22	8B T1/2=770 ms 3 T1/2s=7.700E-01 Mμ=1.0355 3	9B T1/2=0.54 keV 21 T1/2s=1.219E-18	10B T1/2=stable T1/2s>1.000E+20 Mμ=+1.8006448 6 Q=+0.08472 56	11B T1/2=stable T1/2s>1.000E+20 Mμ=+2.6886489 10 Q=+0.04065 26	12B T1/2=20.20 ms 2 T1/2s=2.020E-02 Mμ=+1.00306 15 Q=0.0134 14	13B T1/2=17.36 ms 16 T1/2s=1.736E-02 Mμ=+3.1778 5 Q=0.037 4
5Be	6Be T1/2=92 keV 6 T1/2s=7.154E-21	7Be T1/2=53.29 d 7 T1/2s=4.604E+06	8Be T1/2=6.8 eV 17 T1/2s=9.679E-17	9Be T1/2=stable T1/2s>1.000E+20 Mμ=-1.1778 9 Q=+0.053 3	10Be T1/2=1.51E+6 y 6 T1/2s=4.765E+13	11Be T1/2=13.81 s 8 T1/2s=1.381E+01	12Be T1/2=23.6 ms 9 T1/2s=2.360E-02	
4Li	5Li T1/2=1.5 MeV T1/2s=4.388E-22	6Li T1/2=stable T1/2s>1.000E+20 Mμ=+0.8220473 6 Q=-0.00083 8	7Li T1/2=stable T1/2s>1.000E+20 Mμ=+3.2564268 17 Q=-0.0406	8Li T1/2=838 ms 6 T1/2s=8.380E-01 Mμ=+1.653560 18 Q=0.0317 4	9Li T1/2=178.3 ms 4 T1/2s=1.783E-01 Mμ=3.4391 6 Q=0.0278 8	10Li T1/2=1.2 MeV 3 T1/2s=5.485E-22	11Li T1/2=8.5 ms 2 T1/2s=8.500E-03 Mμ=3.6678 25	
3He T1/2=stable T1/2s>1.000E+20 Mμ=-2.12762485 7	4He T1/2=stable T1/2s>1.000E+20	5He T1/2=0.60 MeV 2 T1/2s=1.097E-21	6He T1/2=806.7 ms 15 T1/2s=8.067E-01	7He T1/2=160 keV 30 T1/2s=4.114E-21	8He T1/2=119.0 ms 15 T1/2s=1.190E-01	9He T1/2=0.30 MeV T1/2s=2.194E-21	10He T1/2=0.3 MeV 2 T1/2s=2.194E-21	
1H T1/2=stable T1/2s>1.000E+20 Mμ=+2.792847386 63	2H T1/2=stable T1/2s>1.000E+20 Mμ=+0.857438230 24 Q=+0.002860 15	3H T1/2=12.33 y 6 T1/2s=3.891E+08 Mμ=+2.97896248 7	4H	5H	6H			
	1n T1/2=614.8 s 14 T1/2s=6.148E+02 Mμ=-1.91304275 45							

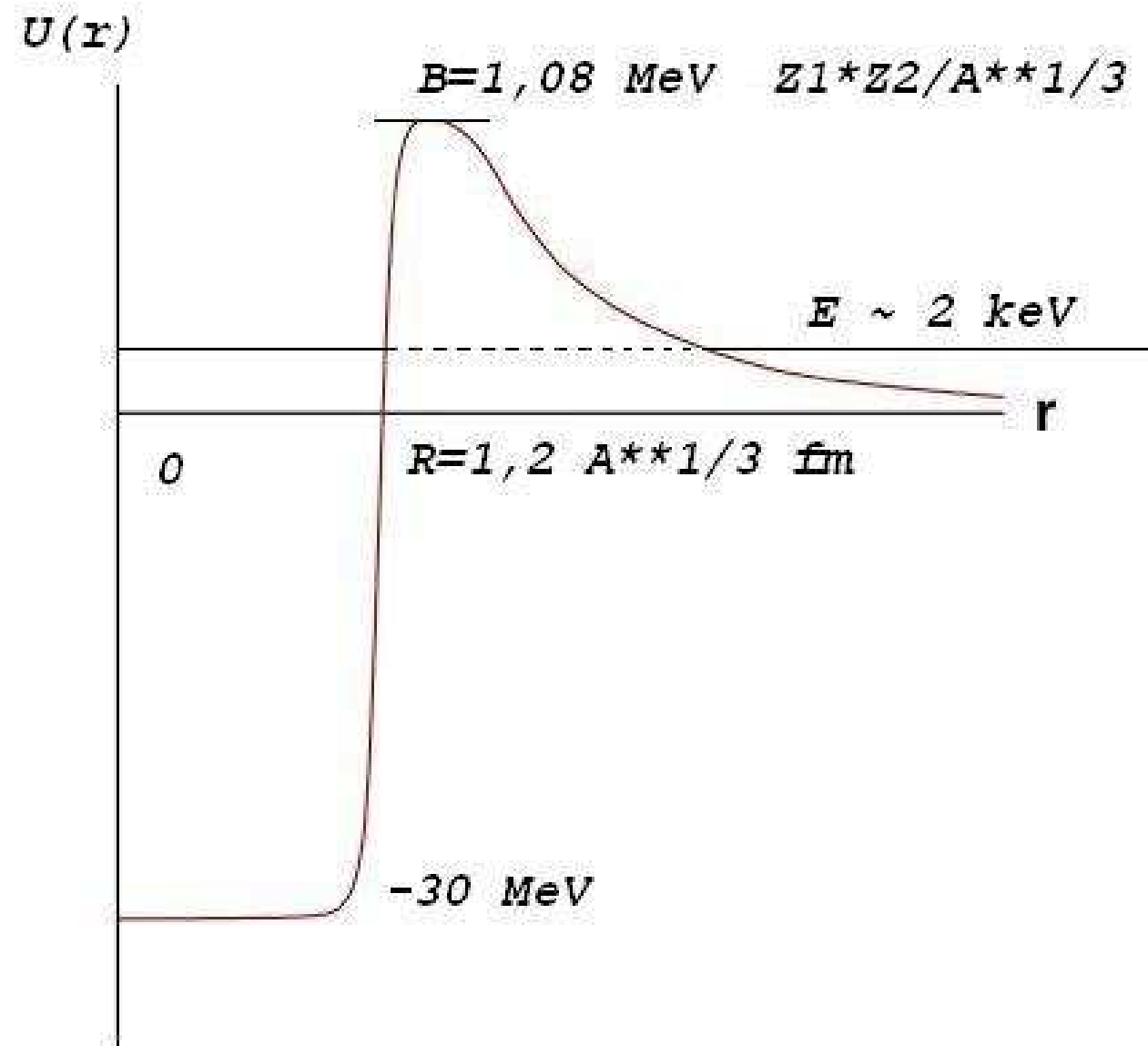
Le cycle de H. Bethe (1938)

j	Interaction	Réaction	Q (en MeV)	Z1.Z2
1	W	$p + p \rightarrow D + e^+ + \nu$	0,424	1
2	E.M.	$p + D \rightarrow {}^3\text{He} + \gamma$	5,493	1
3	S	${}^3\text{He} + {}^3\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + 2p$	12,854	4
4	E.M.	${}^3\text{He} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^7\text{Be} + \gamma$	1,580	4
5	W	$p + {}^3\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + e^+ + \nu$	18,771	2
6	W	$e^- + {}^7\text{Be} \rightarrow {}^7\text{Li} + \nu$	0,860	0
7	S	$p + {}^7\text{Li} \rightarrow 2 \times {}^4\text{He}$	17,353	3
8	E.M.	$p + {}^7\text{Be} \rightarrow {}^8\text{B} + \gamma$	0,143	4
9	W	${}^8\text{B} \rightarrow {}^8\text{Be} + e^+ + \nu$	16,958	0
10	S	${}^8\text{Be} \rightarrow 2 \times {}^4\text{He}$	0,090	0

*

*La demi-vie du ${}^7\text{Be}$ (${}^8\text{B}$, ${}^8\text{Be}$) est de 53 j (0,7 s , 16^{-16} s)

Barrière Coulombienne



Le facteur de Gamov

Les hypothèses

1. La barrière énergétique coulombienne entre deux noyaux est définie par :

$$B = \left(\frac{\alpha \hbar c}{r_0}\right) \frac{Z_1 Z_2}{A_1^{1/3} + A_2^{1/3}} \quad \left(\frac{\alpha \hbar c}{r_0} = 1,08 \text{ MeV}\right)$$

- Z_1 et Z_2 (A_1 et A_2) sont les charges (les masses) des noyaux

2. L'énergie d'agitation thermique* à $15 \cdot 10^6 \text{ K}$ est :

$$E_T = \langle \mu v_r^2 \rangle / 2 = 3/2 k_B T \text{ (statistique de Maxwell-Boltzmann)}$$

j	Réaction	B (en MeV)	E_T (en keV)
1, 2	$p + p$	0,54	1,939
3	${}^3\text{He} + {}^3\text{He}$	1,498	...
4	${}^3\text{He} + {}^4\text{He}$	1,31	
5	$p + {}^3\text{He}$	0,884	
7	$p + {}^7\text{Li}$	1.11	
8	$p + {}^7\text{Be}$	2,16	

*remarque $\langle \mu v_r^2 \rangle = \langle \mu(v_1^2 + v_2^2) \rangle = 3k_B T$ si $\langle m_1 v_1^2 \rangle = \langle m_2 v_2^2 \rangle = 3k_B T$

3. L'effet tunnel en MQ à une dimension radiale

- La barrière est localisée entre a et b : $a < V(r) < b$
- L'équation de Schrödinger radiale et stationnaire sur $\phi(r)$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) \right] \phi(r) = E \phi(r)$$

- Introduction de l'action

$$\phi(r) = \exp \frac{i}{\hbar} S(r)$$

$$-i\hbar S'' + S'^2 = 2\mu(E - V(r))$$

- Approximation semi-classique ($\hbar \rightarrow 0$)

$$S' = \pm \sqrt{2\mu(E - V(r))}$$

- Le rapport des amplitudes en a et b

$$\frac{\phi(b)}{\phi(a)} = \exp \frac{i}{\hbar} (S(b) - S(a)) = \exp \pm \frac{1}{\hbar} \int_a^b \sqrt{2\mu(V(r) - E)} dr$$

- ### 4. Le cas coulombien : avec $BR = Z_1 Z_2 \alpha \hbar c$

$$V(r) = BR/r$$

$$E = \frac{\mu v^2}{2}$$

5. Le facteur de Gamov

$$T(ab) = \left| \frac{\phi(b)}{\phi(a)} \right|^2 = \exp(-\gamma)$$

chgt de variable : $(x = \frac{E}{B} \frac{r}{R})$

$$\gamma = \frac{4Z_1 Z_2 \alpha}{\beta} \int_{\frac{E}{B}}^1 (\sqrt{x^{-1} - 1}) dx$$

puis $x = \sin^2 \theta \Rightarrow \int_0^1 (\sqrt{x^{-1} - 1}) dx = \pi/2$

$$\gamma \rightarrow \frac{2\pi Z_1 Z_2 \alpha}{\beta} \text{ quand } \frac{E}{B} \rightarrow 0$$

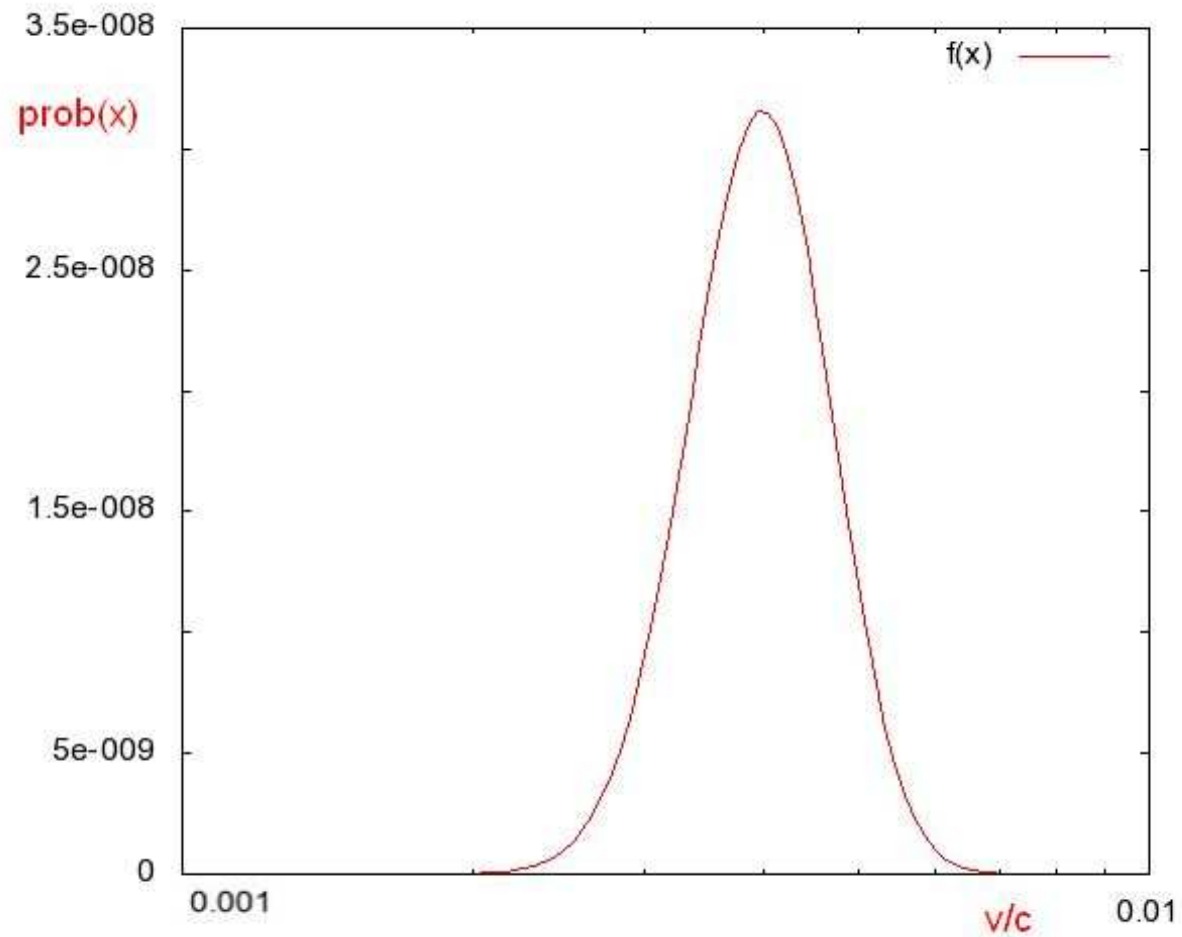
6. Le pic de Gamov (à la température T)

$$\text{Prob}(\beta) = \exp\left[-\frac{A}{\beta} - D\beta^2\right]$$

avec $A = 2\pi Z_1 Z_2 \alpha$ $D = \frac{\mu c^2}{2k_B T} \Rightarrow \bar{\beta} = \sqrt[3]{\frac{A}{2D}}$

$$\text{Prob}(\bar{\beta}) = \exp\left(-\frac{3A}{2\bar{\beta}}\right)$$

Le pic de Gamov



Avec $Z_1 = Z_2 = 1$, $\mu = M_p$ et $T = 15 \cdot 10^6 \text{ K}$

Un modèle simple pour comprendre

Un modèle explicite

composition chimique : p, e^- , ${}^4\text{He}$

1. Concentrations initiales (résultat de la synthèse primordiale)

particule	10^{31} particules.m $^{-3}$
[p]	6,594
[e^-]	7,813
[${}^4\text{He}$]	0,6097

2. La température $T = 15,6 \cdot 10^6$ K

3. Noyau solaire sphérique, isotherme et homogène avec

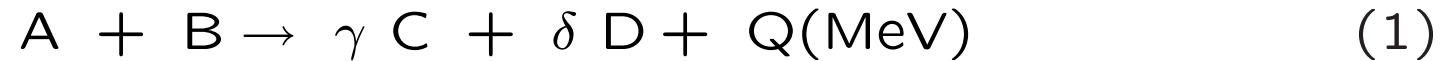
$$R \sim 0,1 \times R_{\odot} \quad \Rightarrow \quad V = 1,412 \cdot 10^{24} \text{ m}^3$$

4. Δt est l'intervalle de temps avec $\Delta t = 10 \text{ ans}$

5. Le temps t écoulé depuis l'origine : $4,5 \cdot 10^9$ a

Les équations d'évolution

Soit la réaction nucléaire suivante,



L'expression du taux de réaction (*par unité de volume*) est :

$$\frac{dN}{dt} = \sigma \bar{v} [A] [B] \Rightarrow \Delta N = \sigma \bar{v} [A] [B] \Delta t \quad (2)$$

- σ est la section efficace de la réaction
- $\bar{v}$ est la vitesse relative probable à la température T pour cette réaction
- $[A]$ et $[B]$ sont les concentrations des éléments
- $\sigma \bar{v} [A]$ est l'inverse de la durée de vie de B (idem pour $A \leftrightarrow B$)
- La variation des concentrations

$$[A]_{t+\Delta t} = [A]_t - \Delta N \quad [B]_{t+\Delta t} = [B]_t - \Delta N$$

$$[C]_{t+\Delta t} = [C]_t + \gamma \Delta N \quad [D]_{t+\Delta t} = [D]_t + \delta \Delta N$$

- La Constante solaire

$$C_{\odot} = v \times \sum_j \frac{\Delta N_j}{\Delta t} \times Q_j \quad j = \text{toutes les réactions}$$

Les sections efficaces

L'expression générale des sections efficaces est :

$$\sigma = \sigma_0 \times Prob(\bar{\beta}) \quad (3)$$

- σ_0 est la section efficace sans effet coulombien, elle dépend de l'interaction mise en jeu.

symbole	σ_0	interaction
S	100,	Strong
E.M.	2,0	Electro-Magnetic
W	3, 10^{-20} (barns)	Weak $\times 10^{-28} m^2$

- $Prob(\bar{\beta})$ est la "correction" introduite par le facteur de Gamow

$$Prob(\bar{\beta}) = \exp\left(-\frac{3A}{2\bar{\beta}}\right)$$

$$\text{avec } A = 2\pi Z_1 Z_2 \alpha \quad \bar{\beta} = \sqrt[3]{A \frac{k_B T}{\mu c^2}} \quad \Rightarrow \quad \frac{A}{\bar{\beta}} = \sqrt[3]{\frac{A^2 \mu c^2}{k_B T}}$$

Résultats

- Durée de vie (life time) des protons à $t=0$.

$$\tau_1^{-1} = 2 \bar{v} \sigma_W \text{Prob}(\bar{\beta}) [p]$$

avec $\bar{v} = c\bar{\beta}$

$[p] = 6,6 \cdot 10^{31} \text{ m}^{-3}$, $T = 15 \cdot 10^6 \text{ K}$, $\mu = M_p$, $\sigma_W = 3 \cdot 10^{-48} \text{ m}^2$

$\bar{\beta}$	$3,98 \cdot 10^{-3}$
prob	$3,16 \cdot 10^{-8}$
τ_1	$2,15 \cdot 10^9 \text{ a}$

- On se place à 4,5 milliards d'années, la constante solaire est :

$C_{\odot} = 1,8 \cdot 10^{26} \text{ W}$ au lieu de $4,0 \cdot 10^{26} \text{ W}$

- Evolution de la consommation de l'hydrogène à $T = 15 \cdot 10^6 \text{ K}$.

% de protons qui restent	âge de l'étoile en milliards d'années
100	0
35	8,5
25	13,7
15	21,5

- Les flux neutrino à 4,5 milliards d'années et à distance terrestre

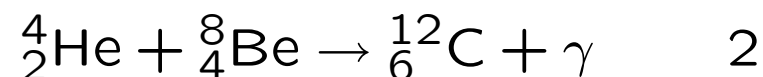
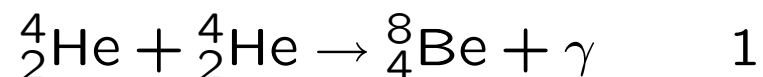
Données	notre Modèle	J.N. Bahcall & al
ϕ_{ν_1}	$2,9 \cdot 10^{14}$	$6, \cdot 10^{14}$
ϕ_{ν_5}	$3,6 \cdot 10^7$	$8, \cdot 10^7$
ϕ_{ν_6}	$2,2 \cdot 10^{12}$	$4,7 \cdot 10^{13}$
ϕ_{ν_9}	$6,6 \cdot 10^{10}$	$5,8 \cdot 10^{10}$

Comparaison des prédictions avec celles du modèle standard du soleil, les flux sont en $m^{-2}s^{-1}$.

A T croissant :

- Blocage de la synthèse du carbone *

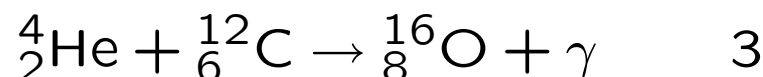
Deux réactions permettent la transformation d'hélium en éléments plus lourds :



La réaction (2) a posé un problème à première vue insoluble : le béryllium ${}^8\text{Be}$ a une demi-vie de l'ordre de 10^{-16} secondes. Fred Hoyle avait suggéré que la réaction entre le ${}^4\text{He}$ et le ${}^8\text{Be}$ devait être en résonance avec un niveau d'énergie inconnu du ${}^{12}\text{C}$. Quelques années après, des mesures en laboratoire ont montré qu'effectivement, cet état excité existait.

- Synthèse de l'oxygène

Ce carbone disponible va pouvoir réagir lui aussi avec les atomes d'hélium présents selon la réaction suivante :



*

pour en savoir plus : fr.wikipedia.org/wiki/Nucléosynthèse_stellaire

Conclusion

- La synthèse de l'hélium est convenablement expliquée par le cycle de Bethe.
- Un modèle simple fondé sur quelques principes physiques (barrière coulombienne et pic de Gamov) permet de rendre compte qualitativement de la constante solaire actuelle à $t = 4,5 \cdot 10^9$ a.
- Le flux calculé de neutrinos est qualitativement compatible avec les calculs standards.
- Ce modèle pourrait sans difficulté prendre en compte les inhomogénéités d'espace et de température.
- L'étape qui suit la synthèse de l'Hélium suppose :
 - une élévation de température : action de la gravitation !
 - le passage à travers le "gap" des noyaux avec $A=5$ et $A=8$: la synthèse directe du carbone par l'hélium (fusion 3α).
- La synthèse du carbone conduit à l'oxygène et au delà ; à ce stade les réactions de fusion ne sont empêchées que par la barrière coulombienne qui est vaincue par les étapes successives d'échauffement gravitationnel du coeur.
- Le principe anthropique est-il à l'oeuvre dans la nucléosynthèse stellaire ?

références

R.D. Evans :1961 R.D. Evans. *Le noyau atomique, page 681*, Dunod, Paris , 1961.

F. Duval. *Production d'énergie .. dans le noyau solaire*, Stage 2003-LPC Caen.
directeur de stage C. Longuemare