

Quelques éléments de la théorie cosmologique du BigBang

C. LONGUEMARE - séminaire d'analyse *

Novembre 2009

Version 7/01/2010

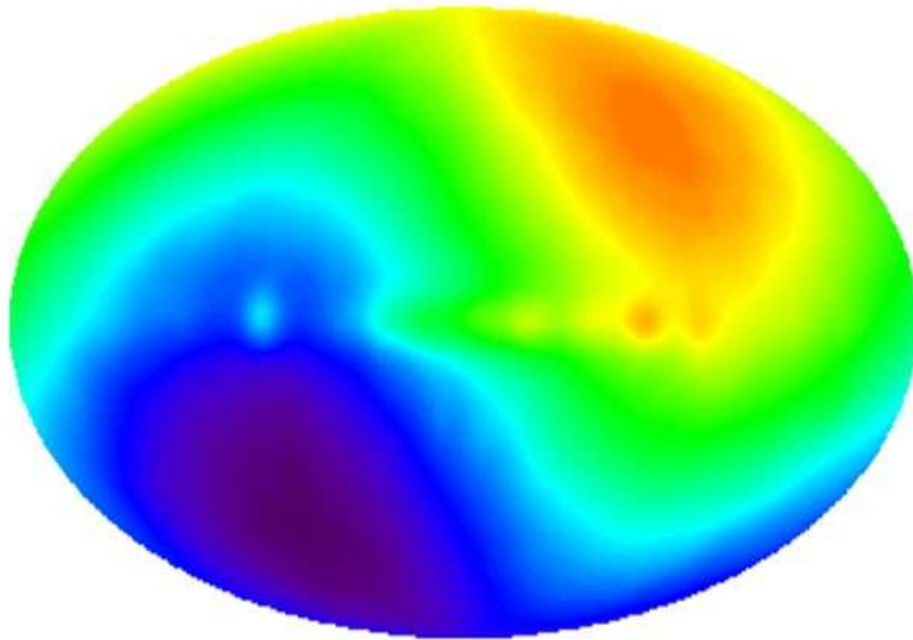


Figure 1: Première carte du rayonnement cosmologique mesuré par COBE en 1992

La carte de la figure 1 prouve que la vitesse de déplacement du système solaire par rapport au CBR (cosmic background radiation) est de **625 km/s** ; la vitesse de la Terre par rapport au Soleil est de 30 km/s . Pour en savoir plus ¹ .

$$h\nu \sim kT \Rightarrow \frac{\delta\nu}{\nu} = \frac{\delta T}{T} = \beta = \frac{v}{c} \sim 2 \cdot 10^{-3} \quad (\text{COBE 1992})$$

*The map indicates that the Local Group moves at about 600 kilometers per second relative to this primordial radiation. This high speed was initially unexpected and its magnitude **is still unexplained***

Abstract

Ces notes accompagnent un séminaire sur le "Le BigBang" présenté le 1er décembre 2009 au département de mathématiques de l'U-Caen à la demande de Guy Laville.

*UNIVERSITE DE CAEN année 2009-2010

¹NASA <http://apod.nasa.gov/apod/ap090906.html> & COBE <http://cat.inist.fr/?aModele=afficheN&cpsidt=4124870>

SOMMAIRE

1	Introduction	5
2	Le vide à la température T	5
2.1	La loi de Planck et la thermalisation du vide	5
2.2	Propriétés d'un gaz de photons	6
2.3	Le gaz d'électrons	7
2.4	Le vide à très haute température	8
3	L'univers en expansion $r(t)$	8
3.1	Mesure de l'expansion	8
3.2	La densité critique et l'énergie noire	9
4	Découverte du CBR	10
5	Déroulement de l'expansion $T(t)$	10
5.1	Conditions de l'expansion	10
5.1.1	Equilibre radiation matière	10
5.2	Déroulement de l'expansion	12
5.2.1	Premier plan	12
5.2.2	Second plan	12
5.2.3	Troisième plan	13
5.2.4	Quatrième plan	13
5.2.5	Cinquième plan	14
5.2.6	La nucléosynthèse stellaire	14
6	Conclusion, questions	15
7	Annexes	16
7.1	Distances dans l'univers observable	16
7.2	Thermodynamique du gaz de photons	16
7.3	Thermodynamique du gaz d'électrons	17
7.4	Equations de Friedmann et la densité critique	17
7.5	La formations des atomes à $t = 10^6 a$	17

List of Figures

1	Première carte du rayonnement cosmologique mesuré par COBE en 1992	1
2	Au contact d'une paroi à la température T , le vide se charge d'un gaz de photons. . .	6
3	Fluctuations de température du CBR (WMAP 2008) (effets locaux soustraits)	18
4	Détermination de $\mathcal{H}$: HST key project 2001	20
5	Variation de la détermination de $\mathcal{H}$ au cours du temps	20
6	Comparaison des mesures d'intensité du CBR et de la loi de Planck à $T = 2.726\text{ K}$: compilation du	
7	Distribution en fréquence de la probabilité ($\sim$ intensité du rayonnement) selon la loi de Planck à T :	

List of Tables

1	Table des notations	4
2	Table des constantes	5
3	Propriétés des ondes de photons.	6
4	Seuils d'apparition des particules	11
5	premier plan	12
6	second plan	12
7	troisième plan	13
8	quatrième plan	13
9	cinquième plan	14
10	Thermodynamique du cycle p-p du $\odot$	14

Notations

ν	fréquence de la lumière
λ	longueur d'onde de la lumière
z	décalage Doppler
UA	unité astronomique
aL	année lumière
$\mathcal{H}$	Constante de Hubble
$\mathcal{G}$	Constante de la gravitation
$\mathcal{T}_0$	Température du CBR

Table 1: Table des notations

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

$$z = \frac{(\lambda' - \lambda)}{\lambda}$$

1 Introduction

Rappel:

k	$8,6 \cdot 10^{-5} \text{ eV K}^{-1}$
$\hbar$	$6,5 \cdot 10^{-16} \text{ eV.s}$
c	$3 \cdot 10^5 \text{ km/s}$
eV	$1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
1 g	$6, \cdot 10^{23} \text{ Nucleons}$
UA	$150 \cdot 10^6 \text{ km}$
parsec	$150 \cdot 10^6 \times (\frac{180 \times 3600}{\pi}) \text{ km}$
"	$3,09 \cdot 10^{13} \text{ km}$
"	$3,26 \text{ aL}$
a	$3,16 \cdot 10^7 \text{ s}$

Table 2: Table des constantes

La théorie cosmologique du Big Bang tend à répondre aux questions fondamentales :

d'où venons-nous ? où allons-nous ?

Cette théorie est basée sur l'expérimentation et la théorie de la relativité gravitationnelle ou relativité générale d'Einstein.

Les bases expérimentales sont :

- . La fuite des Galaxies à grande distance (d » Megaparsec)
- . L'observation de la radiation à 3K
- . L'évolution stellaire
- . La composition de l'univers primordial avant l'activité stellaire.
- . La physique nucléaire et des hautes énergies

2 Le vide à la température T

2.1 La loi de Planck et la thermalisation du vide

Le contact entre le vide et la matière (ordinaire...) ne peut être équilibré du point de vue thermodynamique

- que si le vide se charge de photons et qu'un équilibre thermique s'établit entre la matière et ce gaz de photons, dans ces conditions le vide n'est plus tout à fait vide.
- ou que la matière soit au repos absolu , c'est à dire à la température nulle : $T = 0$

Nous rappelons les propriétés individuelles des ondes de photons dans la table 3 : λ est la période spatiale (λ est la longueur d'onde) et ν^{-1} la période temporelle (ν est la fréquence).

Loi de Planck	$e =$	$h \nu$	$\hbar \omega$
Loi de de Broglie	$\vec{p} =$	$h \lambda^{-1} \vec{u}$	$\hbar \vec{k}$

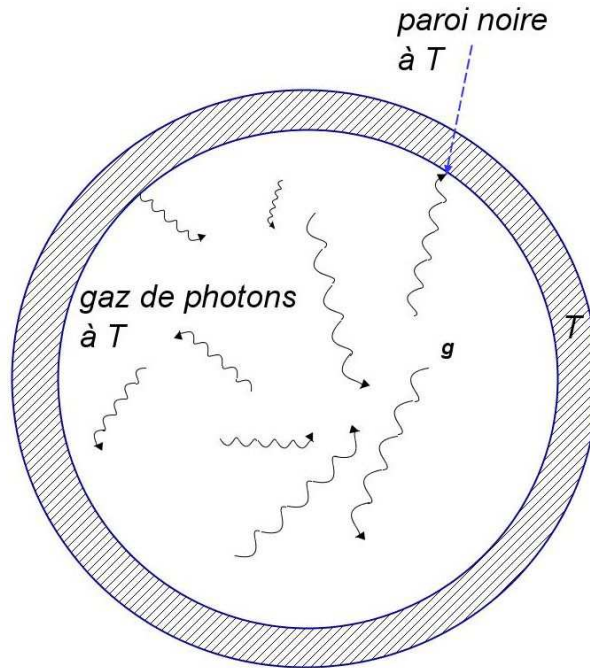
Table 3: Propriétés des ondes de photons.

Si l'onde se déplace dans la direction $\vec{u}$ et à la vitesse c dans le vide, la phase de l'onde s'écrit

$$\phi(t, \vec{x}) = -2\pi(\nu t - \lambda^{-1}(\vec{x} \cdot \vec{u})) = -\omega t + \vec{k} \cdot \vec{x}$$

Le photon associé à cette onde est une "particule" de masse nulle.

$$\begin{aligned} \nu &= c\lambda^{-1} \\ e &= c p \end{aligned}$$

Figure 2: Au contact d'une paroi à la température T , le vide se charge d'un gaz de photons.

2.2 Propriétés d'un gaz de photons

Si un espace vide se trouve placé au contact d'une source à la température T (par exemple la paroi sphérique de la figure 2), un gaz de photons s'installe dans cet espace et se thermalise². La distribution² des photons :

1. est isotrope au moins au centre de la sphère
2. et, si la paroi de la source est "un corps noir", elle satisfait à la loi de distribution de Planck

$$dN_\gamma \text{ par unité de volume} = f(\nu) d\nu = \frac{4\pi}{c^3} \frac{2}{\exp(\beta h \nu) - 1} \nu^2 d\nu \text{ avec } \beta = \frac{1}{kT} \quad (1)$$

²au sens des probabilités

Un peu de thermodynamique

- le nombre de photons n'est pas fixé (un caractère bosonique)

$$N_\gamma = V \times \int f(\nu) d\nu = b V T^3$$

$$\text{avec } b = \frac{8\pi k^3}{(hc)^3} \zeta(3)\Gamma(3)$$

- l'énergie interne du gaz de photons ($e = h\nu$)

$$U = V \times \int h\nu f(\nu) d\nu = a V T^4 \quad \text{avec} \quad \text{et } a = \frac{8\pi k^4}{(hc)^3} \zeta(4)\Gamma(4)$$

- L'émittance du corps noir (puissance rayonnée / unité de surface) est :

$$R = \frac{c}{4} \left(\frac{U}{V} \right) = \frac{c}{4} a T^4 = \sigma T^4 \quad (Watt/m^2)$$

où $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} W/m^2 K^4$ est la constante de Stefan Boltzmann

- l'énergie moyenne des photons $\langle e \rangle = \frac{\zeta(4)\Gamma(4)}{\zeta(3)\Gamma(3)} \times k T = 2,7 k T$

Remarque $\Gamma(n) = (n-1)!$ $\zeta(4) = \pi^4/90$ $\zeta(3) = 1,202...$

2.3 Le gaz d'électrons

Un gaz d'électrons dans le vide à une température assez élevée peut être considéré comme un gaz parfait de fermions en nombre déterminé N . Les électrons sont libres dans l'enceinte de volume V et obéissent aux relations de Planck et de Broglie ; la distribution en impulsion ($\sim$ énergie) suit la statistique de Fermi-Dirac :

$$\text{par unité de volume} \quad f(p)dp = \frac{4\pi}{h^3} \frac{2}{\exp(\beta(e - \mu)) + 1} p^2 dp \quad \text{avec} \quad \beta = \frac{1}{kT} \quad (2)$$

La fonction μ est déterminée par la normalisation à N , d'autre part, la quantité de mouvement de l'électron est donnée par $p = \sqrt{(e^2 - m^2)}$; pour un électron non relativiste on pourra prendre

$$e = \frac{p^2}{2m} + mc^2$$

Dans les conditions de Boltzmann $\exp(\beta(e - \mu)) \gg 1$, la distribution est exponentielle.

La thermodynamique non-relativiste du gaz d'électrons

le nombre d'électrons est fixé (un caractère fermionique)

$$N_e = N = V \times \int f(p) dp$$

l'énergie interne du gaz

$$U = V \times \int e(p) f(p) dp = N \left(\frac{3}{2} k T + mc^2 \right) = a T + N mc^2$$

$$\text{avec } a = \frac{3}{2} k N$$

l'énergie moyenne des électrons

$$\langle e \rangle = mc^2 + 1,5 k T$$

2.4 Le vide à très haute température

On quitte le régime des basses températures quand les photons sont capables de créer des paires $e^+ e^-$ à travers divers processus dont le plus simple est le suivant :

$$\gamma + \gamma \leftrightarrow e^+ + e^-$$

Lorsque celui-ci se produit, il apparaît dans le vide une nouvelle espèce de particules et le nombre d'électrons n'est plus fixé ; le système thermodynamique se complique d'une réaction "chimique" qui l'amène vers un nouvel équilibre thermochimique comprenant électrons positons et gammas. Ce nouveau régime s'installe quand :

$$h\nu \sim 2mc^2 \sim kT \text{ soit } T \sim \frac{2mc^2}{k} \quad 2mc^2 = 1,022 \text{ MeV}$$

Pour les électrons, cette température est de $11,6 \cdot 10^9 \text{ K}$, elle est donc extrêmement élevée. Cette température joue un rôle crucial dans la théorie du Big Bang car elle se situe à la transition quand les électrons apparaissent aux dépens des photons si la température augmente ou inversement si la température diminue.

C'est aussi vers cette température, mais ce n'est pas tout à fait par hasard, que la différence neutron - proton disparaît avec la croissance de la température ou inversement avec la décroissance

$$M_n - M_p = 1,30 \text{ MeV}/c^2$$

Cette discussion peut être reprise avec les autres particules matérielles plus lourdes et n'apparaissant qu'à plus haute énergie ou plus haute température. Nous n'aborderons pas cette question.

3 L'univers en expansion $r(t)$

3.1 Mesure de l'expansion

La dynamique (expansion contraction) de l'univers est une conséquence de la relativité générale d'Einstein. L'évolution est "déterminée" par la **densité d'énergie** contenue dans l'univers supposé homogène .

La vitesse de l'expansion :

$$v = \mathcal{H} \times d \\ \mathcal{H} = 72 \pm 10 \text{ km/sec/Megaparsec}$$

$\mathcal{H}$ est la constante de Hubble ³ et figures 4 et 5 .

$\mathcal{H}^{-1}$ est un temps, le temps de Hubble qui est qualitativement l'âge de l'univers que nous connaissons.

$$\mathcal{H}^{-1} = 13,7 \cdot 10^9 \text{ a}$$

Mesure de la vitesse radiale des galaxies par l'effet Doppler relativiste :

$$\nu' = \nu \times \gamma (1 - \vec{\beta} \cdot \vec{u})$$

si la vitesse est une expansion radiale

$$\frac{\nu'}{\nu} = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} \sim 1 - \beta + \dots$$

³<http://www.cfa.harvard.edu/huchra/hubble/>

Expérimentalement on mesure un décalage vers le rouge ($\nu' < \nu$ ou $\lambda' > \lambda$) qui est total si la vitesse est proche de la vitesse de la lumière c'est à dire si la distance est le rayon de Hubble:

$$R_H = d_\infty = \frac{c}{\mathcal{H}} = 4,2 \cdot 10^9 \text{ parsec}$$

C'est la distance de notre horizon.

Pour les vitesses radiales, le décalage Doppler se note z et varie dans le domaine $[0, +\infty]$

$$z + 1 = \frac{\nu}{\nu'} = \frac{\lambda'}{\lambda} = \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}} \text{ avec } \beta = \frac{v}{c} = \frac{d}{d_\infty}$$

En 2003, ESO a observé un décalage Doppler de 10 pour une galaxie observée dans l'infra-rouge, elle serait donc située à 13,23 milliards d'années lumière.

Mesure des distances : par la luminosité des galaxies, des étoiles ou des supernovae lointaines .

$$L \propto d^{-2} \Rightarrow \frac{L}{L_0} = \left(\frac{d_0}{d}\right)^2$$

3.2 La densité critique et l'énergie noire

La relativité générale introduit une dynamique de l'univers dans l'espace temps qui est liée à la densité moyenne d'énergie contenue dans l'univers.

La dynamique (expansion / contraction) est conditionnée par la densité critique que l'on peut introduire par un raisonnement classique ([8])

Considérons une galaxie de masse m à la distance d de l'observateur quand l'expansion est conditionnée par la constante de Hubble:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \text{ avec } v = \mathcal{H} \times d$$

$$E_p = -\mathcal{G}\frac{Mm}{d} \text{ avec } M = \frac{4\pi}{3}\rho d^3$$

$$E_t = E_c + E_p = \frac{md^2}{2}(\mathcal{H}^2 - \frac{8\pi}{3}\rho\mathcal{G})$$

la densité critique vaut donc

$$\rho_c = \frac{3\mathcal{H}^2}{8\pi\mathcal{G}} = 1,1 \cdot 10^{-26} \text{ kg m}^{-3} \quad u_c = \rho_c \times c^2 = 10, \cdot 10^{-10} \text{ J m}^{-3} = 6,2 \text{ keV cm}^{-3}$$

La densité d'énergie critique vaut $6,2 \text{ keV/cm}^3$ soit environ 10 nucléons par mètre cube . Seulement 20% de cette énergie a été observée dans l'univers sous forme de masse ou de matière connue. C'est le problème de la présence d'une énergie noire si la dynamique de l'expansion conduit à postuler que la densité d'énergie est critique. Dans le passé, à cause de l'expansion, la densité d'énergie a été très élevée et le rayonnement à 3K était alors beaucoup plus chaud.

Selon la loi de Planck, la densité d'énergie électromagnétique, u_γ , varie avec la température, en effet, en fonction de T , on a :

$$u_\gamma = \frac{U_\gamma}{V} = a T^4 \quad n_\gamma = \frac{N_\gamma}{V} = b T^3$$

avec $a = 4,7 \cdot 10^{-3} \text{ eV cm}^{-3} \text{ K}^{-4}$ et $b = 21 \text{ cm}^{-3} \text{ K}^{-3}$

à $T = 2,75 \text{ K}$ on a :

$$\text{sachant } n_\gamma = 437 \text{ cm}^{-3} \text{ et si } n_B/n_\gamma \sim 10^{-9} \\ u_\gamma = 0,27 \cdot 10^{-3} \text{ keV cm}^{-3} \quad u_B = n_B \times Mc^2 = 0,4 \text{ keV cm}^{-3}$$

Conclusion : la densité d'énergie observable est faible devant la densité critique

$$u_\gamma \sim 2,7 \cdot 10^{-4} \ll u_B \sim 4,0 \cdot 10^{-1} < u_c \sim 6,2 \quad \text{en keV cm}^{-3}$$

4 Découverte du CBR

- Penzias et Wilson (Compagnie de téléphone BELL) découvre en 1964 un rayonnement électromagnétique isotrope d'origine astrophysique : **cosmic background radiation**

$$\lambda = 7,35 \text{ cm} \quad \nu = 4,08 \text{ GHz}$$

La température de ce rayonnement thermique est de 3 K

- Ce rayonnement est isotrope, on l'observe sur terre comme en satellite ou en ballon (l'ionosphère est transparente)
- Il suit la loi de Planck pour une température qui est la température de l'univers⁴ (figure 6)

$$\mathcal{T}_0 = 2,725 \text{ K mesure de WMAP}$$

exercice : trace de la courbe pour T= 2.76 K figure 7

Les fluctuations de température sont de $2 \cdot 10^{-4} \text{ K}$ (figure 3). L'univers est donc un système très froid avec des points chauds : les étoiles et les galaxies.

- Le maximum du spectre est à une longueur d'onde de 3 mm vers 100 GHz. Des expériences l'ont étudié en détail (expérience COBE 1990) et d'autres sont en cours actuellement au niveau international (Archeops, WMAP, Planck surveyor (2009) etc...)
- Résultats de COBE⁵ 1993 :

Abstract ref[?] We present a determination of the cosmic microwave background dipole amplitude and direction from the COBE Differential Microwave Radiometers (DMR) first year of data. Data from the six DMR channels are consistent with a Doppler-shifted Planck function of dipole amplitude

$$\Delta T = 3.365 \pm 0.027 \text{ mK toward direction (lII, bII)}(264^\circ.4 \pm 0^\circ.3, 48^\circ.4 \pm 0^\circ.5)$$

The implied velocity of the Local Group with respect to the CMB rest frame is

$$v_{LG} = 627 \pm 22 \text{ km/s toward (lII, bII)}(276^\circ \pm 3^\circ, 30^\circ \pm 3^\circ)$$

DMR has also mapped the dipole anisotropy resulting from the Earth's orbital motion about the Solar system barycenter, yielding a measurement of the monopole CMB temperature T_0 at 31.5, 53, and 90 GHz,

$$\mathcal{T}_0 = 2.75 \pm 0.05 \text{ K}$$

5 Déroulement de l'expansion T(t)

5.1 Conditions de l'expansion

5.1.1 Equilibre radiation matière

A haute température, le "rayonnement" peut produire de la matière, par exemple les particules connues qui sont des leptons (e^- , μ , τ , ν) ou des hadrons (Mésons ou Baryons) ou encore peut-être des quarks dans les différentes saveurs et couleurs. Par exemple, la création de paires d'électrons

$$\gamma + \gamma \rightarrow e^+ + e^-$$

⁴ <http://map.gsfc.nasa.gov/news/>

⁵ <http://cat.inist.fr/?aModele=afficheN&cpsidt=4124870>

On connaît également la matérialisation des photons dans la matière.

$$\gamma + X \rightarrow e^+ + e^- + X$$

Ces processus sont possibles si l'énergie, donc la température, est suffisante :

$$\text{le vide doit être chaud !} \quad h\nu = kT \geq mc^2$$

Quand ces réactions sont possibles le vide devient massif, inerte .

particule	T en milliard de K	$2mc^2$ en MeV
ν, γ	0	0
e	10	1
π	1000	100
$N = p n$	10 000	1000

Table 4: Seuils d'apparition des particules

- La conservation des nombres Leptoniques et Baryoniques et la symétrie matière anti-matière imposent des contraintes strictes à la matérialisation ou à son processus inverse.
- Hors-mis le proton et le neutron, toutes particules lourdes connues ($M > 100 \text{ MeV}/c^2$) sont instables et ont des durées de vie au repos inférieures à la microseconde.

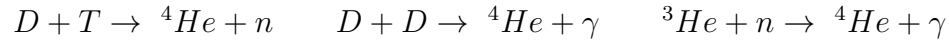
$$\tau \leq 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

- Les interactions fortes sont extrêmement rapides et efficaces, elles dominent les autres processus quand elles sont possibles.
- Les réactions nucléaires ne peuvent produire des noyaux par interaction forte que dans un domaine d'énergie situé entre la barrière coulombienne et l'énergie de liaison des nucléons :

$$E_{\text{coulomb}} \sim 1 \times Z_1 Z_2 \text{ MeV} \quad E_{\text{liaison}} \sim 10 \times Z \text{ MeV}$$

1. Si l'énergie disponible dans la réaction est supérieure à E_{liaison} , le noyau final est désintégré dans les collisions (il est "vaporisé").
 2. si elle est inférieure E_{coulomb} la réaction est rendue improbable par la répulsion coulombienne entre noyaux chargés (la réaction reste possible par effet tunnel quantique).
 3. Seules les captures neutroniques sont efficaces pour synthétiser les noyaux dans l'univers primordial car elle peuvent se produire au repos mais leur rendement est limité par la photodésintégration nucléaire et par la durée de vie des neutrons qui est de l'ordre de 15 minutes.
- En première approximation, les interactions faibles nucléaires n'interviennent pas car elles sont faibles ou trop lentes pour jouer un rôle dans l'évolution primordiale. Elles interviennent cependant quand l'univers est encore très compact, soit dans les toutes premières secondes. Cette situation s'inverse lors de la nucléosynthèse stellaire qui s'installe dans le temps sur des durées de l'ordre de $\sim 10^9 \text{ a}$.

Exemple Quelques réactions électromagnétiques et fortes de synthèse nucléaire dans l'univers primordial.



5.2 Déroulement de l'expansion

Pour les ordres de grandeurs nous prenons $k = 10^{-4} \text{ eV/K}$

5.2.1 Premier plan

temps en s	T en milliard de K	Quantum d'énergie MeV
0,01	100	10

Table 5: premier plan

Tous les hadrons ont disparu **par annihilation (forte)** ou désintégration, la physique des particules n'intervient plus mais...**Il reste en équilibre :**

$$\gamma \ e^+ \ e^- \ \nu \ \bar{\nu} \ + \text{ quelques nucléons non-relativistes } n \text{ ou } p$$

On doit penser qu'il existe un excès relativement faible de Baryons (neutrons + protons) pour expliquer la présence des baryons (matière) dans l'univers actuel ; cet excès provient de la période antérieure ($t \leq 0,01 \text{ s}$) et relève donc de la physique des hautes énergies.

Au premier plan, on attend :

$$\frac{N_B}{N_\gamma} = 10^{-9} \quad N_p \sim N_n$$

Le neutron est la seule particule instable présente à ce stade car sa durée de vie est relativement longue de l'ordre de 15 minutes.

5.2.2 Second plan

temps en s	T en milliard de K	Quantum d'énergie MeV
1	10	1

Table 6: second plan

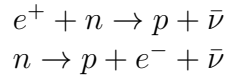
Les électrons et positrons s'annihilent et "réchauffent" l'univers.

$$e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$$

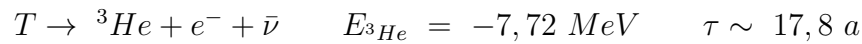
On doit penser qu'il existe également un excès relativement faible d'électrons pour expliquer la neutralité électrique de l'univers actuel. Les neutrinos (ν_L) étant les partenaires symétriques des électrons, l'univers connaît à ce stade un excès de neutrinos.

$$e^- + p \leftrightarrow \nu + n$$

Les neutrons commencent à se transformer en protons car les réactions inverses ne sont plus possibles à cause de la différence de masse n-p qui est de $1,3\text{MeV}/c^2$.



mais ces réactions sont assez inefficaces et demandent du temps jusqu'à quelques minutes. Les neutrons encore libres disparaissent également à cause de la nucléosynthèse du deutérium, du tritium, de l'Hélium 3 et Hélium 4 qui peut se faire à travers la barrière coulombienne et produire des noyaux stables qui survivent.



L'Hélium 4 étant le mieux lié il va survivre en plus grande proportion:

$$\frac{{}^4\text{He}}{H} = 25\% \quad \frac{D}{H} = 0,1\% \quad \frac{{}^3\text{He}}{H} = 0,1\% \quad \% \text{ en masse}$$

5.2.3 Troisième plan

Les réactions nucléaires s'arrêtent après quelques minutes, l'univers primordial est constitué de matière, essentiellement un plasma d'électrons, de protons et d'hélium noyés dans une mer de photons et de neutrinos/antineutrinos. L'univers est dominé par l'interaction électromagnétique, le gaz de neutrinos se découple et n'évolue plus que du fait de l'expansion ("neutrino freeze out").

$$\gamma \nu \bar{\nu} e^- p {}^4\text{He}... \text{ avec } \frac{N_p}{N_\gamma} = 10^{-9}$$

temps en s	T en milliard de K	Quantum d'énergie MeV
200	1	0,1

Table 7: troisième plan

5.2.4 Quatrième plan

temps en années	T en millions de K	Quantum d'énergie eV
1 million	0,1	10

Table 8: quatrième plan

Les atomes se forment et l'univers devient neutre donc transparent : les photons se découplent (photon "freeze out") et le gaz de photons n'évolue plus qu'à cause de l'expansion. L'univers est dominé par la gravitation qui va ultérieurement former les galaxies; elles sont alors embryonnaires et ne vont être actives que vers un milliard d'années. Les fluctuations de température du CBR actuel ne sont que l'empreinte laissée par ce processus sur le rayonnement (figure 3).

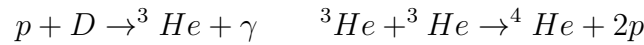
5.2.5 Cinquième plan

C'est l'univers actuel, on y observe la radiation CBR à 3K, de l'hydrogène et de l'hélium en grande quantité et des noyaux plus lourds produits pendant 12 milliards d'années par l'activité des étoiles rassemblées en galaxies.

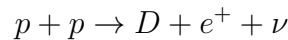
temps en années	T en K	Quantum d'énergie eV
10 milliards	1	0,0001

Table 9: cinquième plan

Remarque : La présence de Deutérium, d'Hélium 3 et 4 dans la matière primordiale est importante pour catalyser la nucléosynthèse stellaire de l'hélium en suivant le cycle dit proton-proton. En effet, quelques unes des réactions du cycle peuvent commencer assez tôt dans la vie d'une jeune étoile comme par exemple :

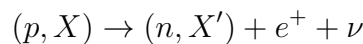


A partir des seuls noyaux d'hydrogène, la chaîne des réactions est beaucoup plus lente car la réaction initiale, indispensable, de synthèse du Deutérium est extrêmement faible et ne produit pas beaucoup d'énergie.

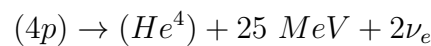


5.2.6 La nucléosynthèse stellaire

C'est un processus extrêmement lent qui ne peut s'opérer qu'à température élevée et sous une forte pression (table 10). Ces conditions ne sont réalisables qu'au coeur des étoiles. A la surface de l'étoile, la température est beaucoup plus faible ($T_{\odot} \sim 5000 \text{ K}$ pour le soleil) ; la surface est en contact avec l'espace interstellaire à $T = 3 \text{ K}$ et elle rayonne, sous forme de photons, l'essentiel de l'énergie produite au centre de l'étoile par la nucléosynthèse ; 20% de cette énergie s'échappe sous forme de neutrinos car pour l'essentiel la nucléosynthèse stellaire consiste à transformer des protons en neutrons liés et cette transformation s'accompagne de l'émission d'un neutrino.



Le cycle p-p qui est actuellement actif dans le soleil peut se résumer à une transformation de quatre protons en Hélium avec une libération de 25 MeV sous forme de chaleur et de deux neutrinos-électron.



T	$15 \cdot 10^6 \text{ K}$
kT	$1,5 \text{ keV}$
pression	$100 \cdot 10^9 \text{ Atm}$
$T_{\odot}$	5780 K
$R_{\odot}$	$695 \cdot 10^3 \text{ km}$
constante solaire	$5,0 \cdot 10^{26} \text{ W}$
"	$3,1 \cdot 10^{39} \text{ MeV/s}$

Table 10: Thermodynamique du cycle p-p du $\odot$

6 Conclusion, questions

La théorie du BigBang dont le but est d'interpréter les données astrophysiques à grande échelle, est une composition audacieuse de plusieurs théories physiques

- La relativité générale qui conduit à un espace en expansion tel que celui de Friedmann et où le volume est une fonction croissante du temps : $V(t)$.
- La thermodynamique qui permet d'établir un lien entre le volume de l'espace et la température du contenu : $V(T)$. Curieusement, "l'univers" est aujourd'hui l'objet physique dont la température est la mieux déterminée avec la plus grande précision.
- La physique des particules qui permet de contruire la dynamique du contenu de cet espace en fonction de la température et de lois expérimentales connues : $\rho(T)$

Cependant, de nombreuses questions demeurent :

- * La présence d'un excès de matière Baryonique et Leptonique avant 10^{-2} s brise la symétrie particule-antiparticule et conduit à un univers de matière, pourquoi ?

$$N_{\bar{B}} \ll N_B \ll N_{\gamma}$$

$$N_p \equiv N_e$$

- * La CBR est-elle par trop isotrope avec des fluctuations très faibles de l'ordre de $\delta\mathcal{T}_0 = 10^{-4}K$

$$\mathcal{T}_0 = 2,725 K \quad \text{et} \quad \delta\mathcal{T}_0/T_0 \sim 10^{-5}$$

- * La formation des galaxies est-elle possible dans un univers homogène dominé par la radiation?

$$\frac{N_B}{N_{\gamma}} = 10^{-9}$$

- * Les neutrinos primordiaux existent-ils ? ils sont indispensables dans ce modèle mais leur énergie est extrêmement faible !

$$E_{\nu} \sim 10^{-4} eV$$

Si ces neutrinos avaient une masse même faible de l'ordre de $10^{-3} eV/c^2$, ils pourraient être non-relativistes et contribuer à la matière noire!

- * La dynamique des galaxies impose-t-elle l'existence de matière noire ?

$$v(R)^2 = \frac{GM}{R} \text{ avec } M = M_0 \text{ ou } M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_0$$

- * La dynamique de l'univers suggère l'existence d'une énergie noire si $u = u_c$:

$$u_{\gamma} \sim 2,7 \cdot 10^{-4} \ll u_B \sim 4,0 \cdot 10^{-1} < u_c \sim 6,2 \quad \text{en } keV cm^{-3}$$

- * La distribution des galaxies dans l'univers présente des inhomogénéités, pourquoi, comment ?

Pour en savoir plus ⁶

⁶ http://nedwww.ipac.caltech.edu/level5/Steigman/Steigman3_1.html

7 Annexes

7.1 Distances dans l'univers observable

Terre-soleil	4,8	10^{-6} parsec	$150 \cdot 10^6 \text{ km} = \text{UA}$
1ère étoile	1	parsec	$3,08 \cdot 10^{13} \text{ km}$
rayon galactique	15	kparsec	
1ère galaxie	1	Mégaparsec	M34 (andromède)
amas de galaxies la vierge	25	Mégaparsec	
dernière galaxie optique	1	Gigaparsec	
quasars	3	Gigaparsec	
la plus lointaine (2004)	4,0	Gigaparsec	avec un β de 0,996
horizon	4,2	Gigaparsec	

7.2 Thermodynamique du gaz de photons

Propriétés thermodynamiques du gaz de photons à T

- le nombre de photons

$$N_\gamma = \frac{8\pi k^3}{(hc)^3} V T^3 \int_0^\infty \frac{x^2}{(\exp(x) - 1)} dx = b V T^3$$

avec $b = \frac{8\pi k^3}{(hc)^3} \zeta(3)\Gamma(3) \quad \zeta(3) = 1,202..$

- l'énergie interne du gaz de photons

$$U = \frac{8\pi k^4}{(hc)^3} V T^4 \int_0^\infty \frac{x^3}{(\exp(x) - 1)} dx = a V T^4$$

avec $a = \frac{8\pi k^4}{(hc)^3} \zeta(4)\Gamma(4) \quad \zeta(4) = \frac{\pi^4}{90}$

- l'entropie : grâce aux relations de Maxwell et au 3ième principe

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V = T^{-1} \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V \Rightarrow S = \frac{4}{3} a V T^3 + 0$$

- l'énergie libre

$$F = U - TS = -\frac{1}{3} a V T^4$$

- la pression

$$p = -\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T = \frac{1}{3} a T^4$$

- la fonction de Gibbs

$$G = F + pV = 0$$

- Radiance ou émittance du corps noir :

$$R = \frac{c}{4} \left(\frac{U_\gamma}{V}\right) = \sigma T^4$$

où $\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15 (h^3 c^2)}$ est la constante de Stefan Boltzmann $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$

7.3 Thermodynamique du gaz d'électrons

Propriétés thermodynamiques d'un gaz parfait d'électrons à T

- le nombre N d'électrons est fixé.
- l'énergie interne du gaz d'électrons

$$U = N(a T)$$

$$\text{avec } a = \frac{3}{2} k$$

- l'entropie : grâce aux relations de Maxwell

$$S = N(a \ln(T) + k \ln(V))$$

7.4 Equations de Friedmann et la densité critique

référence ⁷

Il existe une relation entre taux d'expansion, courbure spatiale et densité d'énergie, donné par les équations de la relativité générale appliquées à un modèle d'univers homogène et isotrope. Dans ce contexte, ces équations s'appellent équations de Friedmann. Elles indiquent que

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\mathcal{H}^2}{c^2} + \frac{K}{a^2} \right) = \frac{4\pi G}{3 c^4} u_c, \quad \text{dimension } L^{-2}$$

où $\mathcal{H}$ est le taux d'expansion par unité de temps, $K a^{-2}$ la courbure spatiale, u_c la densité d'énergie, c la vitesse de la lumière et G la constante de Newton. La densité critique u_c est définie par la valeur que prend la densité d'énergie u_c en l'absence de courbure spatiale. On a donc

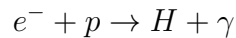
$$u_c \equiv \frac{3\mathcal{H}^2 c^2}{8\pi G}. \quad \text{dimension } E L^{-3}$$

Actuellement

$$u_c = 6,2 \text{ keV cm}^{-3} = 6,2 \text{ GeV m}^{-3}$$

7.5 La formations des atomes à $t = 10^6 a$

Il s'agit de l'époque où les atomes d'hydrogène se forment par capture électronique alors que la réaction inverse, la photodésintégration, devient impossible du fait du refroidissement du gaz de photons.



Cette transition a lieu à l'énergie de liaison de l'atome qui est bien connue de la physique atomique (la règle de quantification des niveaux de l'hydrogène (N. Bohr 1913) (réf [3] page 145))

$$E_{liaison} = - \frac{R_y}{n^2} \quad \text{avec } R_y = \frac{\alpha^2 m c^2}{2} = 13,6 \text{ eV}$$

avec

$$\alpha = \frac{1}{137,0} \text{ et } m c^2 = 511 \text{ keV}$$

La température correspondante est de

$$T = k^{-1} |E_{liaison}| = 0,16 \cdot 10^6 \text{ K}$$

En principe, les fluctuations de température du CBR fournissent des informations sur l'état de l'univers à cette époque (figure 3).

⁷http://fr.wikipedia.org/wiki/Densité_critique

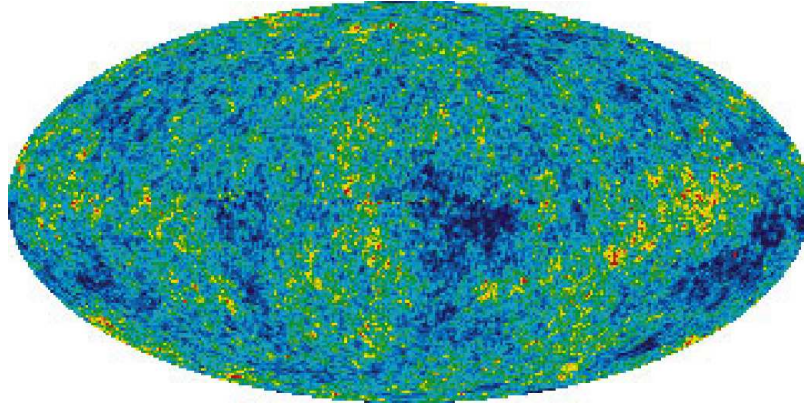
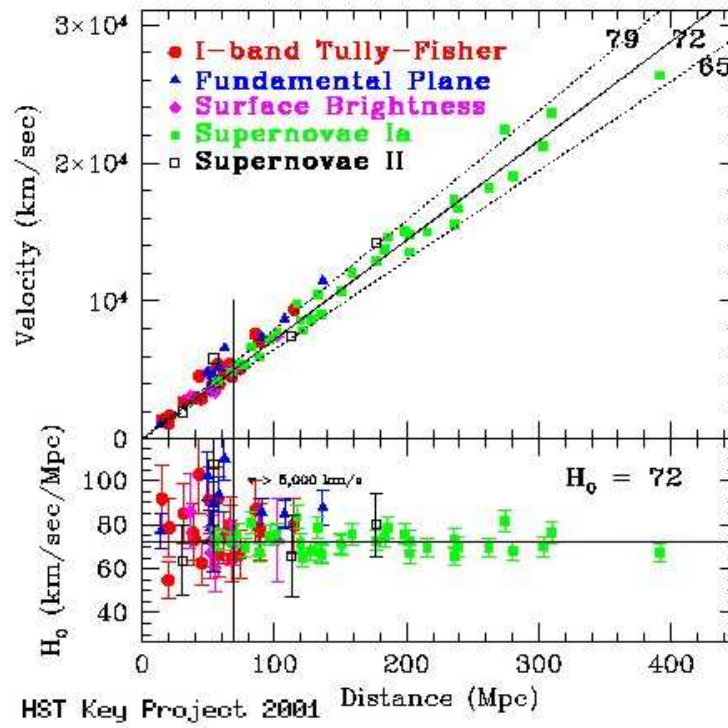
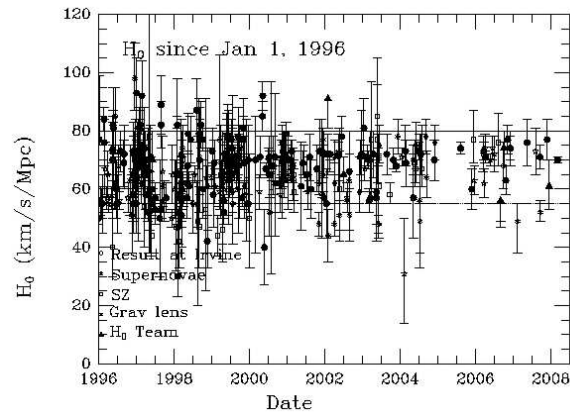


Figure 3: Fluctuations de température du CBR (WMAP 2008) (effets locaux soustraits)

Références [7]** [2] [4]** [5] [1]** [6]**

References

- [1] L. Bergström & al. *{ Cosmology and particle astrophysics }*. John Wiley & sons , Inc., 1999.
- [2] R.P. Feynman. *{ Leçons sur la gravitation }*. Odile Jacob, 1999.
- [3] L. Landau & E. Lifchitz. *{ Mécanique quantique }*. MIR , Inc., 1972.
- [4] R. Penrose. *{ A la découverte des lois de l'Univers }*. Odile Jacob, 2007.
- [5] J. Rich. *{ Principes de la cosmologie }*. Edit. de l'Ecole Polytechnique, 2002.
- [6] P. Peter & J.P. Uzan. *{ Cosmologie primordiale }*. Delin Edit., 2005.
- [7] J.D. Walecka. *{ General relativity }*. World Scientific , Inc., 2007.
- [8] S. Weinberg. *{ Les 3 premières minutes }*. ..., 1970.

référence ⁸Figure 4: Détermination de $\mathcal{H}$: HST key project 2001Figure 5: Variation de la détermination de $\mathcal{H}$ au cours du temps⁸ <http://www.cfa.harvard.edu/huchra/hubble/>

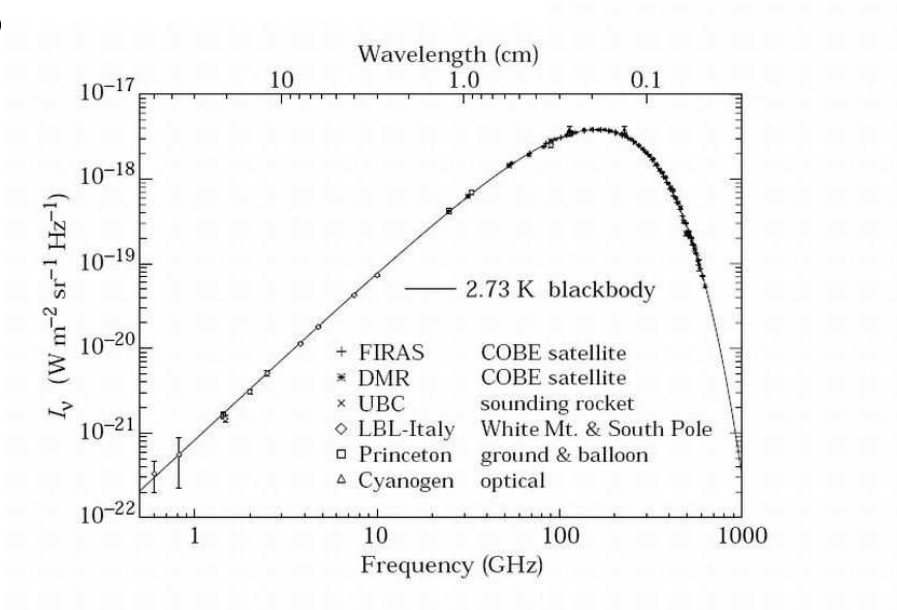
références ⁹

Figure 6: Comparaison des mesures d'intensité du CBR et de la loi de Planck à $T = 2.726 \text{ K}$: compilation du PDG (particle data group, LBL)

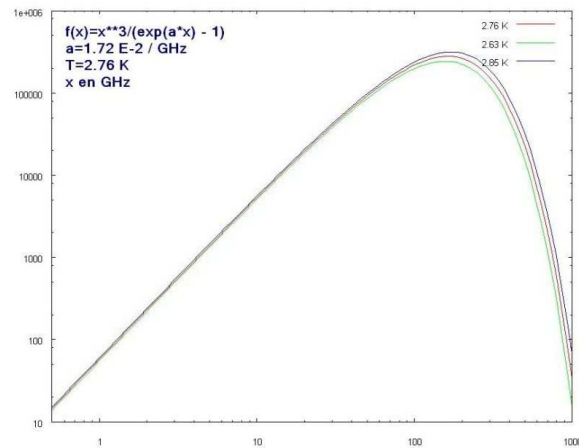


Figure 7: Distribution en fréquence de la probabilité ($\sim$ intensité du rayonnement) selon la loi de Planck à $T = 2.76 \text{ K}$ et variations de $\pm 5\%$ (plot avec GnuPlot)

référence ¹¹

⁹<http://pdg.lbl.gov/2002/microwaverpp.pdf>

¹⁰ <http://nedwww.ipac.caltech.edu/level5/Sept05/Gawiser2/Gawiser2.html>

¹¹http://en.wikipedia.org/wiki/Planck's_law